Pour une approche structurale en économie

Manfred Gilli;Gilbert Ritschard;Daniel Royer

Revue économique, Année 1983, Volume 34, Numéro 2
p. 277 - 304

POUR UNE APPROCHE STRUCTURALE EN ÉCONOMIE *

Avant-propos

Depuis son introduction au Département d'économétrie de l'université de Genève par les professeurs L. Solari et E. Fontela, la recherche dans le domaine de l'économie structurale a été effectuée sous la direction de M. E. Rossier, chargé de cours, au sein d'un groupe de travail dont les auteurs du présent texte ont l'honneur de faire partie.

Son but étant de présenter un tableau d'ensemble des recherches, qu'elles soient achevées ou en cours, ce texte ne donne aucune démonstration ni illustration. Le lecteur pourra les trouver dans les références figurant au début de chaque paragraphe.

INTRODUCTION

Understanding is not enough,
you must have compassion.
Abba Pant, cité par Ragnar Frisch.

Parler, et de manière normative, d'« approche structurale en économie » soulève au moins trois questions, qu'il convient logiquement de poser de manière récursive :

— Quoi ?

— Pourquoi ?

— Comment ?

* Une version résumée de ce texte a été présentée au « Colloque scientifique en hommage à Edouard Rossier », Université de Genève, 7 décembre 1981. Les auteurs tiennent à remercier : Y. Balasko, M. Garbely, D. Gilli, J. Hislaire, D. Mirlesse et C. Seffert pour leurs suggestions et commentaires.

Les réponses, ou éléments de réponse, que l'on peut apporter à ces questions ne peuvent cependant l'être de manière récursive : chacune d'entre elles aura en effet besoin de l'éclairage apporté par les deux autres pour trouver sa pleine justification.

Bien que l'on vienne d'esquisser là un embryon de définition, donc de réponse à la première question, nous conviendrons de ne pas aller plus avant pour le moment dans cette voie, en espérant la retrouver en aval, comme un puits provisoire, des développements qui vont suivre.

Restent donc maintenant les deux questions autrement plus importantes du pourquoi et du comment.

Le pourquoi repose essentiellement sur le postulat qu'aucune explication d'un phénomène économique n'est réductible au phénomène des explications partielles, en cela d'ailleurs la filiation avec Walras apparaît comme immédiate.

Il importe donc de faire ressortir les articulations existant entre ces explications partielles, pour dégager du plus petit nombre d'entre elles les *invariants* qu'elles font apparaître quant à la globalité de l'explication [1].

La recherche de ces invariants pourra alors se déduire de la mise en évidence de classes d'équivalence d'explications, par rapport à un certain type de conclusions.

Il convient de souligner dès maintenant que ce type d'approche ne saurait se concevoir sans référence à ce que l'on convient d'appeler en économétrie la forme *structurelle* d'un modèle : celle qui traduit formellement et directement les hypothèses avancées pour l'explication d'un phénomène donné.

Il est certes indéniable que l'information tirée de la forme *réduite* du modèle peut parfois fournir une aide précieuse quant aux conclusions que l'on peut tirer de la forme structurelle : nous pensons particulièrement ici à l'analyse des tableaux entrée-sortie ou matrice input/output (Seffert [1982]). Une telle écriture — dont la caractéristique est d'occulter les divers liens individuels de causalité — ne saurait cependant être compatible avec une approche qui privilégie ouvertement le rôle de l'explication, ainsi que celui des divers éclairages que l'on peut lui apporter, par rapport au résultat numérique ponctuel, fût-il calculé avec le plus grand soin.

Soulignons enfin qu'on se propose ici d'analyser et de comprendre les systèmes complexes, représentés généralement par des modèles de grande taille, pour finalement d'ailleurs évaluer la pertinence d'une

1. On peut d'ailleurs penser, en anticipant sur le comment, aux ensembles d'articulation de la théorie des graphes et plus particulièrement à ceux d'entre eux qui sont de cardinalité minimale : les ensembles de cohésion.

représentation complexe. Cette dernière remarque doit donc se lire à l'aune des controverses opposant les « petits » modèles agrégés aux « grands » modèles fortement désagrégés [2] ainsi qu'en fonction de l'excès d'honneur et de l'indignité qui sont, tour à tour, l'apanage des modèles macro-économétriques.

Si nous avons jusqu'à présent mis l'accent sur une préoccupation fondamentale qui repose sur une volonté de compréhension, l'esquisse du pourquoi d'une telle approche ne saurait cependant passer sous silence l'aspect opératoire de la résolution des systèmes complexes. Certaines des méthodes proposées ici permettent en effet de diminuer considérablement la part non explicite de la résolution de tels systèmes [3].

Le *pourquoi* ayant été esquissé, il convient maintenant d'éclairer notre propos au moyen du *comment.*

Le premier élément — et peut-être le plus important — se fonde sur une notion axiomatique de la causalité liée au rôle du temps. La transposition de cette axiomatique (qui inclut notamment l'antiréflexivité et l'antisymétrie) aux systèmes d'équations simultanés (impliquant une forme d'interdépendance) se fait en prenant en compte deux types d'enchaînements temporels par rapport à un temps périodique, qui peut se rapporter à celui de l'observation : une conception *intrapériodique* d'une part, *interpériodique* d'autre part.

La conception intrapériodique, dans le cadre de laquelle les axiomes d'antiréflexivité et d'antisymétrie se justifient pleinement, caractérise les enchaînements dynamiques (ou séquentiels) sous-jacents au temps périodique auquel se rattachent des concepts d'équilibre. La conception interpériodique, par contre, lie entre elles ces différentes périodes et ces enchaînements d'équilibre.

Dès lors, la notion première de causalité inscrite dans un temps intrapériodique peut se transposer, sous certaines conditions, au niveau périodique [4], à condition bien entendu de préciser le sens de lecture de chaque équation statique ainsi obtenue, c'est-à-dire la direction dans laquelle se meut la causalité intrapériodique sous-jacente.

Ceci implique évidemment que soit clairement défini le concept d'équilibre envisagé ainsi que les mécanismes aboutissant à cet équi-

2. Voir notamment Bodkin et Klein [1980].

3. Nous pensons en particulier aux ensembles de cohésion qui sont abordés plus bas (p. 285). Conçus pour mettre en évidence des schémas de lecture récursifs, ils permettent également de réduire dans un rapport de 1 à 15 environ la taille des systèmes qui ne peuvent pas être résolus analytiquement.

4. Une première exposition de ce problème peut se trouver notamment dans Fisher [1970].

libre. A cet égard, les travaux effectués depuis une quinzaine d'années sur les équilibres non walrassiens [5] ont une importance significative.

Comme nous le verrons au paragraphe suivant, c'est de ce type d'hypothèse exprimée en terme de causalité au niveau du temps périodique que peuvent se déduire les concepts de hiérarchie par niveau et de séparabilité, qui permettent notamment de retrouver au niveau du temps périodique certains aspects de la causalité intrapériodique tels que l'antisymétrie.

L'étape suivante consistera à munir ces liens de causalité d'un signe, caractérisant la qualité de l'effet d'un facteur explicatif sur un autre.

Cette extension nous permet alors de mettre en évidence des classes de variables qualitativement liées, c'est-à-dire évoluant toujours de la même façon lorsqu'elles sont considérées conjointement, ou de déterminer pour certaines variables endogènes le signe de l'impact total d'une variation d'un élément de l'environnement ou d'un paramètre.

En affinant davantage le cadre des hypothèses retenues, on est ensuite conduit à considérer non plus des intervalles *ouverts* du type $]-\infty\,;\,0[$ ou $]0\,;\,\infty[$, mais des intervalles *fermés* quelconques pour caractériser l'intensité des liens de causalité. Ainsi, typiquement, une propension marginale à consommer ne sera pas considérée uniquement comme positive, voire comprise entre 0 et 1, ou sous forme ponctuelle, mais sera encadrée par un intervalle inclus dans l'intervalle $]0\,;\,1[$. On est alors amené à effectuer un arbitrage entre un corps d'hypothèses larges aux conclusions souvent indéterminées et un corps d'hypothèses précises (des nombres !) ne convenant peut-être pas toujours à la qualité de nos connaissances, ni surtout au caractère imprécis des phénomènes économiques s'inscrivant dans le temps et l'espace.

Les formes géométriques engendrées par la prise en compte de ces intervalles permettront alors d'obtenir des conclusions mieux définies quant au phénomène envisagé, sans tomber dans le piège de la convexité implicite aux analyses de sensibilité.

On ne saurait terminer cette introduction sans souligner les liens de parenté qui unissent les résultats présentés ici à un ensemble de travaux effectués dans ce domaine. Nous pensons particulièrement à Fisher [1970] pour les problèmes de périodisation, Simon [1963] et Hénin [1974] pour l'analyse des structures causales récursives,

5. Citons de manière largement non exhaustive Leijonhufvud [1968], Benassy [1975], Malinvaud [1980]. On trouvera en outre une discussion intéressante de la périodicité envisageable pour le fameux modèle IS-LM dans Tobin [1980].

Samuelson [1965] et Lancaster [1965, 1966] pour l'analyse des structures qualitatives. S'agissant enfin de l'analyse des modèles macroéconomiques, il convient de souligner la complémentarité des recherches présentées ici avec les travaux portant plus particulièrement sur les modèles quantitatifs, tels ceux de Deleau et Malgrange [1978].

LES STRUCTURES CAUSALES ET LA SEPARABILITE

La configuration causale [6]

Considérée comme une extension aux modèles interdépendants de la causalité axiomatique générant un modèle dynamique ou séquentiel intrapériodique, la structure causale d'un modèle est simplement définie par la donnée du sous-ensemble de variables supposé expliquer directement chaque variable endogène. Ce principe de correspondance implique évidemment la définition d'un *couplage*, c'est-à-dire un sens de lecture des équations, pour le modèle interdépendant.

Cette considération peut être illustrée par la relation bien connue, que nous écrirons d'abord sous forme implicite :

$$Q - C - I = 0\,.$$

Si le couplage de cette équation est :

$$Q = C + I\,,$$

il implique pour le modèle une lecture keynésienne, la demande (C + I) gouvernant l'offre (Q).

Si, par contre, le couplage est de la forme :

$$C = Q - I\,,$$

il caractérise une lecture totalement opposée (proche du « chômage classique » ou de l'« inflation contenue » des équilibres macro-économiques non walrassiens), dans laquelle l'offre gouverne la demande sur le marché des biens.

6. Voir notamment Gilli [1979], Hénin [1974], Rossier [1980 a], chap. III. Les méthodes proposées s'exécutent aisément sur ordinateur (Gilli [1980]). On pourra également se référer aux travaux précurseurs de Simon [1963].

Si l'on utilise le langage de la théorie des graphes, la structure causale est alors représentée par l'ensemble des *arcs* du graphe correspondant au modèle. Par extension naturelle, on en déduit, d'une part, la relation de *causalité immédiate* sur l'ensemble Y des variables endogènes du modèle, notée :

$$y_i \ \mathcal{C} \ y_j,$$

et définie par l'existence d'un *chemin* (suite d'arcs adjacents) de y_i à y_j, et d'autre part la relation d'*équivalence* :

$$y_i \ \mathcal{E} \, y_j \Leftrightarrow y_i \ \mathcal{C} \ y_j \text{ et } y_j \ \mathcal{C} \ y_i .$$

Cette dernière relation permet alors de mettre en évidence des classes d'équivalence de variables au sein du modèle, appelées *composantes fortement connexes* en théorie des graphes. En dénotant s_i une telle composante :

$$s_i = \{y_j \ / \ y_j \ \mathcal{E} \ y_i\} ,$$

les propriétés de la relation de causalité immédiate $\mathcal{C}$ induisent sur l'ensemble $\{s_i\}$ de ces composantes fortement connexes, appelé *graphe réduit,* une relation de *causalité stricte* $\mathcal{S}$, telle que

$$s_i \ \mathcal{S} \ s_j$$

équivaut à l'existence d'un chemin de la composante s_i à la composante s_j.

La relation $\mathcal{S}$ est évidemment transitive, et elle est antisymétrique :

$$s_i \ \mathcal{S} \ s_j \Longrightarrow s_j \ \overline{\mathcal{S}} \ s_i .$$

En admettant sa réflexivité (ce qui n'a aucune implication pour ce qui suit), on en déduit immédiatement qu'il s'agit d'une relation d'ordre, mais d'ordre *partiel* uniquement.

Dès lors, une analyse plus fine peut être effectuée en termes de *niveaux,* chaque niveau étant défini de manière récursive. Ainsi, si l'on appelle niveau 0 les variables exogènes du modèle, on désignera par niveau 1 les sommets du graphe réduit — les composantes fortement connexes — qui sont des sommets isolés ou des sommets sources (envoyant mais ne recevant pas d'influence). En considérant le sous-graphe obtenu à partir du graphe réduit par suppression des composantes du niveau 1, le niveau 2 est défini de la même manière.

En procédant de la sorte, jusqu'à ce que le graphe résultant ne comporte que des sommets isolés, on dégage une hiérarchie stricte entre sous-ensembles de variables qui définit la *configuration causale* du modèle.

Cette configuration causale correspond alors à la partition des variables et relations du modèle qui permet d'écrire sa matrice jacobienne sous forme d'une matrice triangulaire par bloc, ayant la propriété d'être maximale par rapport au nombre de blocs diagonaux, correspondant aux composantes fortement connexes.

Il convient de noter maintenant qu'on retrouve dans cette hiérarchie stricte entre niveaux par rapport au temps périodique certaines caractéristiques de la causalité intrapériodique définie précédemment, en particulier l'antisymétrie. Par rapport à une volonté de représentation interdépendante des phénomènes, cette hiérarchie trouve notamment sa justification dans des considérations de *décomposabilité approchée* au niveau périodique : les rétroactions partant des niveaux situés en aval de la hiérarchie nécessitant un certain nombre de périodes pour être manifestes [7].

Si l'on se place maintenant dans un cadre décisionnel et que l'on considère la forme *normative* du modèle, obtenue par l'exogénisation de variables endogènes objectifs et l'endogénisation de variables exogènes instruments, la hiérarchie définie par la configuration causale de cette forme permet de mettre en évidence un ordonnancement des mesures de politique économique, donc un calendrier d'intervention (Royer [1981 b]).

La séparabilité [8]

Les notions de séparabilité d'un modèle prennent leurs racines dans les implications logiques de la séparation nécessaire « modèles — phénomènes réels », qui ne peuvent être envisagées que par analogie dans le cadre d'une séparation « modèle — modèles ».

Considérons dès lors un modèle M de la forme :

$$\mathrm{M} : y = g(y\,;\,z)\,,$$

7. Ando et Fisher [1963].
8. Rossier [1980 a], chap. IV.

où y est le vecteur des variables endogènes et z le vecteur des variables exogènes, partitionné de manière générique en

$$M_1 : y_1 = g_1 (y_1, y_2 ; z)$$

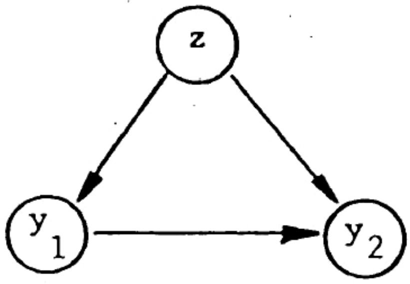
$$M_2 : y_2 = g_2 (y_1, y_2 ; z) .$$

L'idée sous-jacente est qu'il est légitime de qualifier le sous-modèle M_1 de séparable par rapport au modèle M si les conclusions fournies par ce sous-modèle quant aux variables endogènes y_1 sont équivalentes à celles que donne le modèle M, notamment quant aux liaisons entre y_1 et les variables exogènes z.

On dira alors que le modèle M_1 est fortement séparable de M si :

$$\frac{\partial g_1}{\partial y'_2} \equiv 0 ,$$

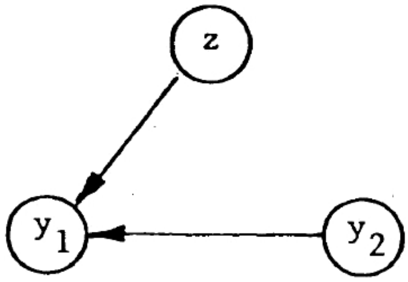
ce qui peut se représenter par le graphe :



et faiblement séparable si :

$$\frac{\partial g_1}{\partial y'_2} \not\equiv 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial g_1}{\partial y'_2} \, \frac{\partial g_2}{\partial z'} \equiv 0 ,$$

à savoir :



On voit plus immédiatement que la séparabilité forte de M_1 implique l'exogénéité des variables y_1 dans le modèle M_2. Ainsi, l'environnement au sens large de ce sous-modèle est caractérisé par z et y_1 : on dira alors de M_2 qu'il est *quasi séparable.*

Dès lors, toute composante fortement connexe est quasi séparable, alors que seules les composantes du premier niveau de la configuration causale sont fortement séparables. De manière générale, la caractéristique de séparabilité faible dépendra par contre du niveau d'intervention des variables exogènes dans la hiérarchie générée par la relation de causalité stricte.

Notons ici que la quasi-séparabilité est certainement une caractéristique fréquente des modèles économétriques, eu égard à la multicollinéarité approchée constatée entre certaines variables considérées comme exogènes. Celle-ci suggère, en effet, l'existence de relations sous-jacentes entre ces variables.

Analyse des structures interdépendantes [9]

Alors que les points précédents étaient consacrés à la mise en évidence de la configuration causale du modèle, et des conclusions qui peuvent s'en déduire en termes de hiérarchie et de séparabilité, cette partie traite de l'analyse interne des atomes de la configuration causale : les sous-modèles correspondant à chaque composante fortement connexe.

Cette analyse comporte deux aspects. Un premier aspect essentiellement *descriptif,* dont l'objectif est de dégager des types de structures remarquables ainsi que des procédures de simplification ; un second aspect essentiellement *explicatif,* visant à mettre en évidence des schémas de lecture récursifs compatibles avec un modèle séquentiel sous-jacent.

L'aspect descriptif appelle peu de commentaires tant par la transparence de ses méthodes que par sa portée largement dépendante du cas étudié.

L'aspect explicatif repose essentiellement sur le fait que tout processus de compréhension est forcément du type *récursif,* alors que, en partie tout au moins, tout processus de modélisation opératoire implique l'idée de *simultanéité,* caractérisée en termes de graphe par la présence de circuits.

9. Rossier [1980 a], chap. v et vi, [1980 b] et [1983].

La mise en œuvre de ce processus est essentiellement fondée sur la notion de *cohésion* due à une variable ou à une liaison.

Considérons ainsi deux arcs (liaisons) distincts ($x_i \to x_j$) et ($x_k \to x_h$). De manière générale on considère que, si la suppression de l'arc ($x_i \to x_j$) modifie le type de connexité de la structure [10], alors que la suppression de l'arc ($x_k \to x_h$) ne la modifie pas, la force de liaison du premier arc est supérieure à celle du second.

De même, s'agissant de deux sommets x_m et x_n, on considère que, si le changement de statut de x_m [11] modifie le type de connexité de la structure, alors qu'il n'en est pas ainsi pour x_n, la force de cohésion du sommet x_m est supérieure à celle du sommet x_n.

Ce type d'analyse suggère alors de rechercher des ensembles d'arcs ou de sommets de cardinalité *minimale* tels que leur suppression, dans le cas des arcs, et leur modification de statut, dans le cas des sommets, conduisent à une structure totalement récursive du modèle.

Notons que, si la suppression d'arcs ne modifie pas forcément le contenu explicatif du modèle, il n'en n'irait pas de même pour la suppression de sommets. Cette opération, en effet, reviendrait à sortir de la classe de modèles correspondant à un phénomène économique donné, caractérisé par l'ensemble des variables endogènes.

Il conviendra alors de mettre en relief le rôle de cohésion joué par ces sommets en modifiant leur statut sans envisager leur suppression. On considérera dès lors l'opération qui consiste à envisager les variables correspondantes comme *fixées*, dans un premier stade, quant à leurs influences de causalité immédiate directe, leur explication au sens du couplage étant évidemment maintenue.

Ces ensembles de cardinalité minimale, appelés *ensembles de cohésion*, ne seront généralement pas uniques. Ils permettront alors de mettre en évidence l'ensemble des formes récursives optimales d'un système complexe, par rapport au nombre minimal de variables qu'il convient de fixer pour obtenir de telles formes.

Parallèlement, ces formes récursives peuvent conduire à la considération de systèmes dynamiques intrapériodiques compatibles, en faisant ressortir les invariants séquentiels dans l'ensemble de ces formes [12].

10. Passant par exemple d'une structure interdépendante à une structure récursive.

11. Par exemple en la considérant comme prédéterminée dans certaines relations.

12. Il est significatif d'ailleurs que la mise en évidence des ensembles de cohésion, contrairement à la hiérarchie par niveau, dépende du couplage retenu dans le modèle.

S'agissant maintenant de la résolution de systèmes non linéaires, la mise en évidence des ensembles de cohésion d'un modèle permet de ramener sa résolution à celle du sous-ensemble de relations définissant les variables appartenant à l'ensemble de cohésion (Rossier [1980 b]).

Soulignons enfin qu'un deuxième volet de l'aspect explicatif de l'analyse des structures interdépendantes repose sur la mise en évidence des *bases de causalité,* c'est-à-dire des ensembles minimaux de liens de causalité immédiate directe qui conservent l'intégralité des relations de causalité globale (Garbely [1980]).

L'ANALYSE DES STRUCTURES QUALITATIVES

Statique comparative et stabilité qualitative [13]

Après avoir discuté des conclusions ou conséquences d'un modèle qui relèvent des hypothèses sous-jacentes à sa structure causale, on envisage à présent de voir comment ces conclusions s'enrichissent lorsqu'on tient compte, en plus des liens de causalité immédiate, du sens (positif ou négatif) de l'influence transmise par ces liens. En d'autres termes, on s'intéressera dès maintenant à l'analyse de la *structure qualitative* qui, pour un modèle écrit sous forme implicite $h(y, z) = 0$, où y et z sont respectivement les vecteurs de variables endogènes et exogènes, est donnée par le contenu en signe (+, —, 0) de la matrice des dérivées partielles :

$$\left[\frac{\partial h}{\partial y'} \; \frac{\partial h}{\partial z'} \right]$$

Les conclusions qui découlent des hypothèses de forme qui définissent cette structure qualitative concernent principalement deux points. Le premier fait référence à un processus dynamique intrapériodique, par exemple de la forme :

$$\dot{y} = \left(\frac{\partial h}{\partial y'} \right) y \,,$$

13. Ritschard [1980 a] et [1983], Rossier [1980 a], chap. VI et VII. Pour le traitement informatique, voir Ritschard [1980 b].

et les conclusions recherchées concernent alors la stabilité de ce processus. Une première question qui se pose est de savoir si le seul contenu en signes de la matrice $\partial h/\partial y'$ peut suffire à assurer cette stabilité. Les conditions à cet égard [14] sont particulièrerent restrictives et ne seront pratiquement jamais vérifiées, si ce n'est pour de très petits modèles. Inversement, on peut se demander si la structure qualitative postulée est compatible avec la stabilité. Notamment, il conviendra de vérifier que la structure en signes de la matrice d'ordre n $\partial h/\partial y'$ n'implique pas que le signe du déterminant $|\partial h/\partial y'|$ soit l'opposé de celui de $(-1)^n$, et ne puisse pas ainsi satisfaire cette condition nécessaire de stabilité. Même si l'on dispose d'algorithmes efficaces pour repérer les déterminants qualitatifs signés et calculer leur signe [15], il faut se rendre à l'évidence que, pour des modèles d'une certaine importance, les déterminants qualitatifs seront presque toujours indéterminés, c'est-à-dire s'exprimant comme une somme de termes qui ne sont pas tous du même signe. S'agissant d'analyse de modèles complexes, il apparaît dès lors que l'étude de la stabilité à partir des seules hypothèses de signes ne saurait conduire à des résultats opératoires significatifs. Nous n'irons donc pas plus avant dans cette voie.

Il convient toutefois de souligner que, s'il n'est guère possible de tirer des conclusions significatives sur la stabilité à partir des signes, la prise en compte par contre de l'hypothèse de stabilité en plus des hypothèses qualitatives pures, s'avèrera, comme nous le verrons plus loin, précieuse pour accroître la portée même de l'analyse qualitative.

La seconde catégorie de résultats qualitatifs concerne la solution de problèmes de statique comparative où l'on s'intéresse au sens de l'influence totale qu'une variable exogène générique $\alpha = z_i$ exerce sur les variables endogènes y au travers des différents liens de causalité. Il s'agit ici de déterminer les conclusions quant au contenu en signes du vecteur de multiplicateurs d'impact $\partial y/\partial \alpha$ que l'on peut tirer à partir de la seule connaissance de la structure qualitative du modèle.

Il convient de remarquer ici que les multiplicateurs $\partial y_i/\partial \alpha$ identiquement nuls, que l'on appelle parfois *zéros qualitatifs*, correspondent à des variables y_i non influencées par α. Dans la hiérarchie entre composantes fortement connexes caractérisée par la configuration causale, ces variables sont donc définies en amont du premier niveau où intervient α, ou dans une autre composante fortement connexe de ce niveau.

14. Quirk [1981].
15. Ritschard [1983], section 5.

Leur mise en évidence relève donc de l'analyse de la structure causale et l'on considérera dès lors, sans pertes de généralité, que les vecteurs $\partial y/\partial \alpha$ ne contenant pas de zéros qualitatifs.

Le vecteur $\partial y/\partial \alpha$ étant solution du système linéaire :

$$\frac{\partial h}{\partial y'} \frac{\partial y}{\partial \alpha} = - \frac{\partial h}{\partial \alpha},$$

le problème considéré concerne alors la résolution de systèmes qualitatifs linéaires de la forme :

$$\mathrm{A}x = b$$

où la matrice qualitative [16] A et le vecteur qualitatif b, associés respectivement à $\partial h/\partial y'$ et $- \partial h/\partial \alpha$, sont connus.

L'analyse des systèmes qualitatifs

On distingue essentiellement deux approches pour étudier de tels systèmes qualitatifs. La première consiste à raisonner, par référence à un principe dynamique intrapériodique sous-jacent, en termes de graphe et de transmission du signe de l'influence [17]. Pour cela on considérera le graphe signé associé par exemple au système suivant :

$$\begin{aligned} x &= \mathrm{C}x - b \\ &= -b - \mathrm{C}b - \mathrm{C}^2 b - \ldots - \mathrm{C}^{2n} b, \end{aligned}$$

où C est la matrice qualitative obtenue en annulant les termes diagonaux de A [18]. Les principaux résultats auxquels conduit cette approche sont caractérisés par le fait qu'un impact (une variable x_i) sera signé si, et seulement si, tous les chemins qui vont de la variable exogène considérée vers la variable endogène y_i sont de même signe, ce qui est le cas seulement si tous les circuits sont de même signe.

La seconde approche se fonde sur un principe statique de cohérence entre les états positifs ou négatifs que peut prendre chacune des variables x_i du système $\mathrm{A}\,x = b$. Elle conduit donc à l'étude des

16. Dont les éléments sont des signes +, —, 0.
17. Rossier [1980 a], chap. VII.
18. On admet, sans perte de généralité, que $\mathrm{A}x = b$ est écrit de sorte à avoir $a_{ii} = -$, pour tout i.

différents vecteurs de signes « + » et « — » qui peuvent être considérés comme solution qualitative du système $A\,x = b$ au sens de la compatibilité avec le contenu en signes de A et b [19]. Il est bien évident qu'un système n'admettra une solution qualitative unique, correspondant au cas idéal où le signe de tous les multiplicateurs $\partial\, y/\partial\, \alpha$ est défini sans ambiguïté, que dans des cas très particuliers. Les conditions assurant cette unicité [20] ne sauraient dès lors constituer des instruments d'analyse opératoires.

Il s'agit alors de se tourner vers le calcul qualitatif, dont le but est précisément de déterminer l'ensemble des solutions qualitatives qu'admet un système qualitatif, ou pour le moins d'en dégager les principales propriétés.

Le calcul qualitatif

Les fondements du calcul qualitatif sont dus à Samuelson [1965] et reposent sur un principe d'élimination. Pour un système où x a n composantes, ce principe consiste à vérifier successivement pour chacune des 2^n suites de signes « + » et « — » si elle est compatible avec chacune des n relations de $Ax = b$. Les suites x qui sont telles que pour une ligne a' de A le signe du produit scalaire $a'\,x$ est défini sans ambiguïté et est différent de celui de la composante correspondante de b, seront éliminées. Les suites restantes forment alors l'ensemble S des solutions qualitatives.

Une fois cet ensemble S obtenu, le problème de l'analyse qualitative se réduit à l'examen de celui-ci. Les propriétés les plus significatives que l'on pourra mettre en évidence sont, d'une part, les variables qui conservent leur signe dans toutes les solutions qualitatives et que l'on appelle *variables définies qualitativement*, d'autre part les classes d'équivalence que forment les variables *liées qualitativement*, deux variables étant liées qualitativement lorsqu'elles sont soit toujours de même signe, soit toujours de signes contraires dans l'ensemble S des solutions.

Si l'examen de l'ensemble S des solutions ne soulève pas de problèmes particuliers, la détermination de S n'est par contre pas envisageable de manière opératoire pour des systèmes de grande taille.

19. Rappelons qu'un vecteur qualitatif x est compatible avec $Ax = b$, si, et seulement si, pour tout $i = 1, 2, ..., n$, les termes non nuls de $\sum_j a_{ij}\, x_j + (-b_i)$ ne sont pas tous du même signe.

20. Maybee [1981].

En effet, le principe d'élimination décrit ci-dessus nécessite le test de 2^n suites de signes, si bien qu'il ne sera guère possible de l'appliquer sur des systèmes de plus de quinze variables.

L'efficacité de ce principe d'élimination peut cependant être grandement accrue par le recours à une procédure récursive qui s'interprète également en termes d'arborescence [21] dont on élimine à chaque étape les branches pour lesquelles on peut établir qu'elles ne donneront pas lieu à des solutions.

Les conclusions les plus significatives sont, comme on l'a mentionné plus haut, les variables liées qualitativement. On peut alors songer à déterminer celles-ci directement, sans passer par le calcul de l'ensemble S. Ceci peut se faire par le biais d'une procédure itérative d'agrégation qualitative. Celle-ci consiste à rechercher tout d'abord une couple de variables liées qualitativement, en exploitant notamment le fait qu'il en est nécessairement ainsi lorsque deux variables sont les seules présentes dans une équation [22]. En ne retenant ensuite qu'une variable pour représenter le couple trouvé, on agrège le système à analyser. L'étape suivante consiste alors à rechercher une couple de variables liées qualitativement pour le système agrégé, et à agréger ainsi successivement le système jusqu'à ce que l'on obtienne un système sans variables liées qualitativement. Il est à noter que cette manière de déterminer directement les liaisons qualitatives s'avère particulièrement utile pour l'analyse de grands systèmes qui peuvent donner lieu à plusieurs milliers de solutions.

Restrictions qualitatives

L'efficacité des techniques de calcul qualitatif esquissées ci-dessus ne suffit pas à conférer une véritable portée opératoire à l'analyse qualitative. Il se trouve, en effet, que les seules hypothèses de formes envisagées jusqu'ici sont trop générales pour qu'il soit possible d'en déduire des propriétés significatives de modèles ayant plus d'une quinzaine d'équations.

Il s'agit dès lors de renforcer le corps d'hypothèses purement qualitatives afin de pouvoir lever les trop nombreuses indéterminations que l'on rencontrera. Ceci peut être fait de deux manières. La première

21. Ritschard [1980 a], chap. III.
22. D'autres conditions pourront également être exploitées. Ritschard [1980 a], chap. IV.

consiste à mieux préciser les intervalles de variation admissibles pour les paramètres et débouche sur l'approche géométrique qui fait l'objet de la section suivante.

Une autre possibilité est de compléter le corps d'hypothèses purement qualitatives par des restrictions qu'il peut être légitime d'imposer aux paramètres du modèle. Eu égard à la stabilité d'une dynamique intrapériodique sous-jacente, sans laquelle une analyse de statique comparative ne saurait d'ailleurs être justifiée, on imposera en particulier le signe du déterminant de la matrice jacobienne $\partial h/\partial y'$ [23]. On pourra songer également à d'autres restrictions, dictées par exemple par les conditions du second ordre lorsque le modèle caractérise la solution d'un problème d'optimum. L'imposition du signe du déterminant $|\partial h/\partial y'|$ s'avère cependant être une des seules contraintes qui puissent, du point de vue opératoire, être systématiquement retenues.

La prise en compte de cette contrainte permettra, d'après la règle de Cramer : $x_i\ |A| = |A_i|$, de signer toutes les variables qui ont un déterminant associé signé. Pratiquement, la mise en évidence de ces variables se fait aisément grâce à des algorithmes efficaces permettant de repérer les déterminants signés.

Finalement, il convient de mentionner que les techniques de calcul qualitatif s'appliquent encore lorsqu'on complète le système qualitatif $Ax = b$ par des relations qualitatives supplémentaires. Ceci permettra alors de prendre en compte toutes les restrictions qui peuvent s'exprimer sous forme de relations qualitatives [24].

L'ANALYSE GEOMETRIQUE DES STRUCTURES LINEAIRES [25]

Du qualitatif au quantitatif

Poursuivant le renforcement progressif des hypothèses, on est conduit tout naturellement à envisager, après les intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, \infty[$ de l'analyse qualitative, des intervalles quelconques $[a^o, a^*]$ mieux à même de représenter les connaissances que l'on peut avoir quant aux valeurs admissibles des dérivées partielles d'un modèle.

23. On doit même admettre que toute modélisation en termes d'équilibre implique l'hypothèse de convergence d'au moins un processus dynamique intrapériodique.

24. Voir, par exemple, Lancaster [1966], p. 288 et Ritschard [1980 a], chap. v.

25. Ritschard et Rossier [1981], Rossier [1982 a] et [1982 b].

L'étude des implications, ou conséquences, d'hypothèses données sous forme d'intervalle se trouve être un trait d'union entre l'approche qualitative et une analyse quantitative ponctuelle. On passe en effet du qualitatif au quantitatif en réduisant progressivement les intervalles jusqu'à ce que les deux bornes se confondent. L'approche considérée ici permet par ailleurs un traitement mixte où l'information est donnée sous forme d'intervalle pour certains paramètres (ou dérivées) et sous forme numérique pour les autres.

La problématique, les méthodes et la nature des conclusions relevant de cette approche en termes d'intervalle sont discutées tout d'abord à partir des problèmes de statique comparative, tels qu'ils ont été formulés ci-dessus (p. 289), ce qui devrait faciliter la comparaison avec la méthodologie qualitative. On montrera cependant ensuite l'éclairage que cette démarche peut fournir dans le cadre de problèmes de prévision et de décision multicritère.

Il a été vu plus haut que, pour un modèle $h\ (y,\ z) = 0$, les problèmes de statique comparative se ramènent en fait à l'étude de systèmes linéaires :

$$Ax = b\ ,$$

où $A = \partial h / \partial y'$, $x = \partial y / \partial \alpha$ et $b = -\ \partial h / \partial \alpha$, α désignant une variable exogène générique. Le problème envisagé consiste alors à admettre pour certains éléments de A et de b des intervalles de variations et à étudier l'ensemble P des solutions x réalisables.

Sur la forme géométrique de l'ensemble possible

Avant de décrire les méthodes permettant de traiter ce problème, il convient d'examiner la nature des conclusions que l'on obtiendra, c'est-à-dire les propriétés de la forme géométrique (appelée *polytope*) qu'engendrent dans l'espace des n variables x les variations permises des paramètres.

Il n'est peut-être pas sans intérêt de rappeler à cet égard que chaque solution qualitative d'un système qualitatif définit un orthant dans l'espace des variables x [26]. Ainsi, pour $n = 2$ et en ne considérant

26. Voir notamment l'article de Lancaster [1965] qui est consacré à une approche géométrique du calcul qualitatif.

pour les éléments non nuls de A et b que des intervalles du type $]-\infty, 0[$ ou $]0, \infty[$, l'ensemble P pourrait avoir notamment l'une des formes suivantes :

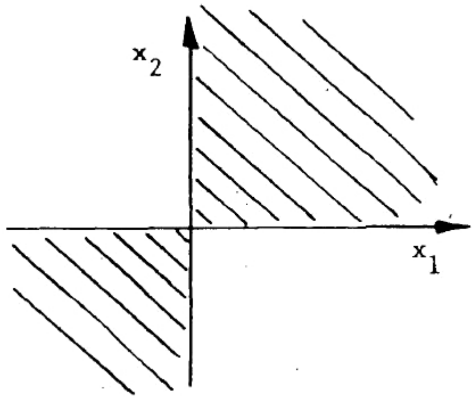


Figure 1

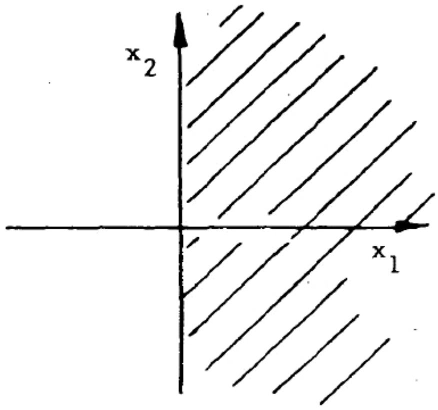


Figure 2

La première figure illustre le cas où x_1 est lié positivement à x_2, et la seconde une situation où x_1 est défini et positif et x_2 indéterminé. Ces exemples montrent qu'avec des hypothèses qualitatives l'ensemble P est évidemment non borné et de plus non nécessairement convexe. On peut alors se demander ce qu'il advient de P lorsqu'on resserre les intervalles.

Intéressons-nous tout d'abord aux conditions sous lesquelles l'ensemble P est compact. Pour $n = 2$, chacune des relations du système $Ax = b$ engendre, lorsque les a_{ij} varient, une famille de droites dans le plan (x_1, x_2). P est évidemment donné par l'intersection de ces deux familles. On remarque alors immédiatement que P est compact si, et seulement si, la famille d_1 de droites engendrées par la première relation ne contient pas de droite parallèle à l'une des droites de la famille d_2 engendrée par la deuxième relation [27].

27. En ce qui concerne les variations des b_i, qui engendrent uniquement des translations des droites, il suffit d'admettre des intervalles finis.

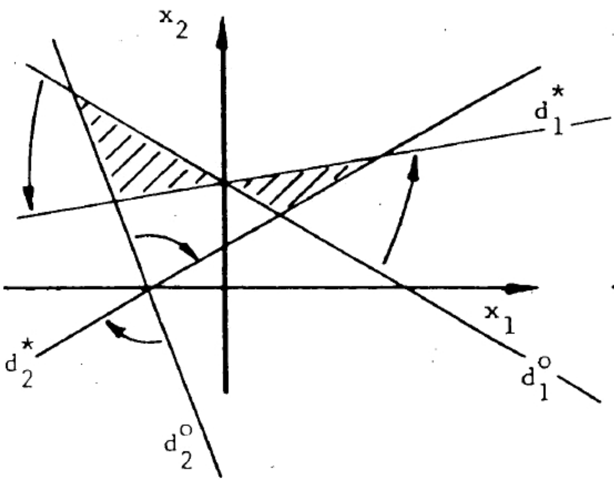


Figure 3

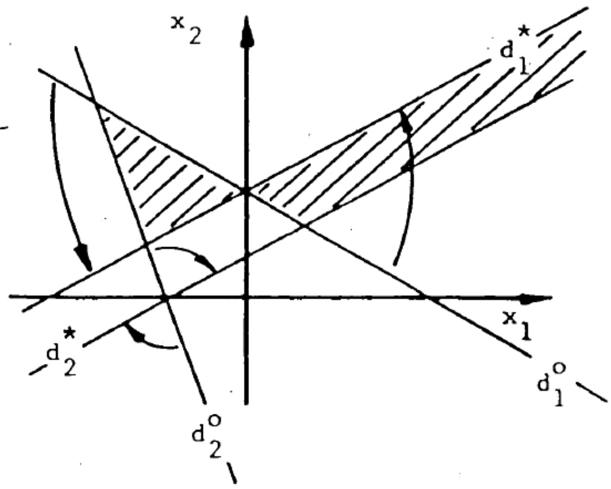


Figure 4

Le cas de deux droites parallèles correspond à un déterminant $|A|$ nul. Ce résultat se généralise et l'on montre (Rossier [1982 a]) que pour n quelconque, P est compact, et de plus connexe, si, et seulement si, pour les intervalles de variations admis pour les a_{ij}, le déterminant $|A|$ ne peut pas s'annuler. Par un choix judicieux des intervalles, il devrait dès lors toujours être possible de s'assurer de la compacité et de la connexité de P.

Soit l'ensemble :

$$\mathcal{A} = \{A \ / \ A^o \leq A \leq A^*\}$$

qui définit un parallélotope dans l'espace des paramètres. Il suffit alors pour vérifier si P est compact et connexe d'examiner les déterminants qui correspondent à chacun des points extrêmes de $\mathcal{A}$. Ceux-ci sont, lorsque A contient $p \leq n^2$ éléments variables, les 2^p points $A^{(q)}$, $q = 1, ..., 2^p$, obtenus en posant soit $a_{ij} = a^o_{ij}$, soit $a_{ij} = a^*_{ij}$ pour chacun des éléments variables. On montre en effet que $|A| \neq 0$ pour tout $A \in \mathcal{A}$ si, et seulement si, les déterminants $|A^{(q)}|$, $q = 1, ..., 2^p$, sont tous du même signe (Rossier [1982 a]).

Compte tenu des avantages certains que présente la propriété de compacité, et qu'il est somme toute assez peu restrictif de se limiter à un ensemble $\mathcal{A}$ pour lequel le signe du déterminant $|A|$ reste invariant, on retiendra dès maintenant l'hypothèse de compacité de P.

S'agissant à présent de la convexité, il n'est peut-être pas inutile de faire un rapprochement avec les polytopes convexes de la programmation linéaire, en notant que ceux-ci peuvent être considérés comme des cas particuliers du problème envisagé. Ils résultent en effet de systèmes d'inégalités de la forme $Ax \leqq b^*$ et peuvent donc s'interpréter comme des ensembles P engendrés par des systèmes $Ax = b$ où les paramètres b varient et sont les seuls à varier. Cette remarque nous permet alors de souligner que si les ensembles que nous nous proposons d'étudier (et que, par analogie, nous appellerons aussi polytopes) peuvent ne pas être convexes, comme l'illustre notamment l'exemple de la figure 3, cette non-convexité ne peut apparaître que lorsque des éléments de A varient.

Si l'on peut songer à dégager des conditions suffisantes que devraient vérifier les variations des éléments de A et de b pour assurer la convexité du polytope, on s'aperçoit rapidement que celles-ci sont trop spécifiques pour que l'on puisse négliger les cas de non-convexité.

Parmi les caractéristiques des polytopes P envisagées, il convient encore de noter que P correspond à une figure géométrique de type polyédrique dont la dimension est donnée par le nombre de relations de $Ax = b$ contenant des éléments variables. De plus, P est entièrement caractérisé si l'on connaît ses *points caractéristiques* (points $x^{(q)} = A^{(q)-1} b$, où $A^{(q)}$ est un point extrême de $\mathfrak{A}$ [28]) et les arêtes reliant ces points (Rossier [1982]). Concernant ces arêtes, on note qu'elles correspondent en fait, dans l'espace des variables x, à tous les segments de droite reliant les paires de points caractéristiques $(x^{(q)}, x^{(k)})$ obtenus à partir de points extrêmes $A^{(q)}$ et $A^{(k)}$ qui ne diffèrent que par une composante a_{ij} [29].

Projections des polytopes

Après avoir ainsi précisé quelque peu le pourquoi de cette approche en termes d'intervalles, il convient de voir maintenant comment appréhender le polytope engendré par un système $Ax = b$ et un ensemble $\mathfrak{A}$ donnés.

28. On admet ici sans perte de généralité que b est fixe. Il est en effet toujours possible de se ramener à ce cas en réécrivant le système sous la forme :

$$\begin{bmatrix} A & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

29. Cette dernière propriété est particulièrement importante, dans la mesure où c'est sur elle que repose la justification des méthodes de projection discutées plus bas.

On distingue essentiellement deux voies pour ce faire. La première consiste à explorer l'ensemble P des x réalisables en effectuant des simulations répétées. Chaque simulation correspondra donc à une valeur spécifique des paramètres, résultant, par exemple, d'un tirage aléatoire sur les intervalles de variations admis. Si cette méthode permet de compléter la définition des intervalles par une distribution de probabilité de chaque paramètre sur son intervalle, elle peut par contre être entachée d'une certaine lourdeur. De plus elle ne peut fournir que des conclusions de type ponctuel, qui ne sauraient rendre compte clairement du contour de P, et en particulier d'éventuelles situations de non-convexité.

La méthode préconisée ici, et que l'on doit à Rossier [1980 a], consiste en une démarche géométrique par laquelle on cherche à appréhender P en étudiant la frontière de ses projections sur des axes ou des plans privilégiés. Ces projections seront évidemment compactes et connexes si l'on admet la compacité et la connexité de P.

La projection de P sur l'axe correspondant à une coordonnée x_i revient en fait à définir les valeurs extrêmes $x^o{}_i$ et $x^*{}_i$ de x. A cet égard, on note qu'une variable x_i prend ses valeurs extrêmes en des points caractéristiques de P, qui eux-mêmes correspondent à des points extrêmes de $\mathcal{A}$. On peut ainsi obtenir ces valeurs extrêmes en calculant systématiquement les 2^p points :

$$x^{(q)} = (A^{(q)})^{-1}\, b \qquad q = 1, 2, \ldots, 2^p .$$

Compte tenu de la relation entre les inverses de deux matrices qui ne diffèrent que par un élément [30], on peut, en partant de l'inverse de $A^{(1)}$, déduire récursivement les inverses des $2^p - 1$ autres points extrêmes, ce qui évite d'avoir à calculer 2^p inverses. Cette procédure d'énumération ne pourra cependant guère s'appliquer au-delà de $p = 15$ éléments variables, qui donneront déjà lieu à plus de 32 000 points caractéristiques.

Une méthode plus heuristique consiste, pour la recherche de $x^*{}_i$ (ou $x^o{}_i$) à n'explorer, à partir d'un point initial, que des points caractéristiques qui permettent d'accroître (ou diminuer) la valeur de x_i. Il s'agira donc à chaque itération de rechercher une matrice $A^{(j)}$ telle que : $a^{(j)}{}_{hk} = a^*{}_{hk}$ si $\partial x_i / \partial a^{(j-1)}{}_{hk} \geq 0$ et $a^{(j)}{}_{hk} = a^o{}_{hk}$ sinon. Cette

30. Si A et B sont telles que $b_{hk} = a_{hk} + \Delta$ et $b_{ij} = a_{ij}\ \forall\ (i, j) \neq (h, k)$ on a :

$$b^{ij} = a^{ij} - \frac{a^{ih}\ a^{kj}\ \Delta}{1 + a^{kh}\ \Delta},$$

où a^{ij} désigne un élément de $\mathbf{A}^{-1}$.

méthode, dont l'application n'est pas limitée par le nombre p d'éléments variables, présente l'inconvénient de ne pas converger nécessairement, ou de pouvoir converger vers un optimum local seulement lorsque P n'est pas convexe. Il conviendra alors de limiter le nombre d'itérations, et de répéter la procédure en choisissant d'autres points initiaux.

S'agissant à présent de la projection de P sur le plan, correspondant à (x_1, x_2) par exemple, on peut à nouveau songer à une procédure d'énumération visant à projeter tous les points caractéristiques ainsi que les arêtes les reliant. Même s'il est possible de repérer, sur la base de conditions aisément exploitables (Ritschard et Rossier [1981], section 2.3), les points dont la projection ne se trouvera pas sur la frontière de la projection du polytope et qui pourraient de ce fait être négligés lorsque seule cette frontière nous intéresse, il n'en demeure pas moins que la mise en œuvre d'une telle procédure énumérative reste fortement limitée par le nombre p d'éléments variables.

Ici à nouveau, en vue de préserver le caractère opératoire de la démarche, on peut recourir, pour déterminer la frontière de la projection, à un algorithme plus heuristique dont l'applicabilité présente par contre l'avantage de ne pas dépendre du nombre p d'éléments variables. Très schématiquement le principe de cet algorithme est le suivant. Partant d'un point caractéristique initial on chemine tout d'abord le long d'arêtes consécutives de pente maximale par rapport à la première coordonnée x_1 du plan de projection choisi. Lorsqu'un maximum x^*_1 est atteint, on poursuit en explorant les arêtes de pente maximale par rapport à l'autre coordonnée x_2. On procède ainsi de suite, de manière à explorer successivement les huit directions énumérées dans le schéma ci-après.

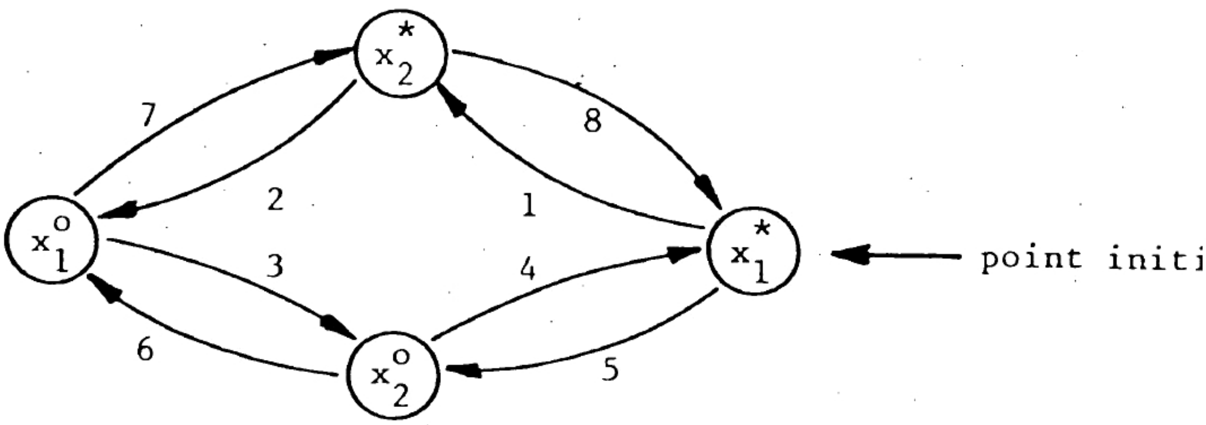


Figure 5

Lorsque P est un polytope convexe, le cheminement 1 — 4 donnera la projection cherchée. Les polytopes étudiés n'étant cependant pas nécessairement convexes, il se peut que certaines arêtes de pente optimale ne soient pas projetées sur la frontière de la projection de P ou ne le soient que partiellement. On aura par exemple des situations du type représenté ci-dessous ; où *a, b, c, d, e, f* sont des projections de points caractéristiques.

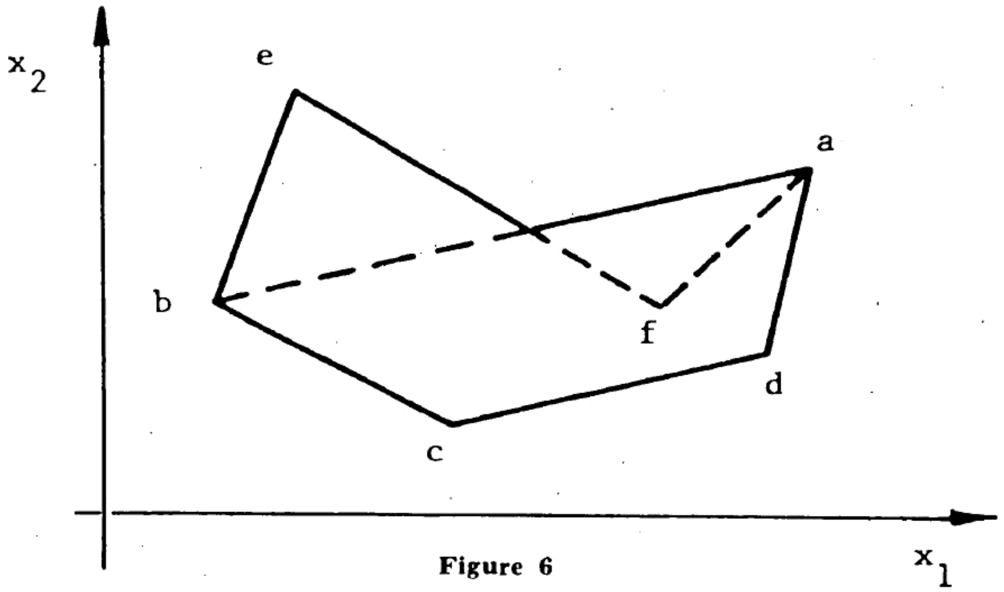


Figure 6

Pour cet exemple le cheminement 1 — 4 conduira à la figure *abcd*, d'où la nécessité du cheminement 5 — 8 pour obtenir la projection complète.

Lorsque les non-convexités sont nombreuses à se superposer, le double cheminement 1 — 4 et 5 — 8 ne sera parfois pas suffisant. Pour couvrir de tels cas de figure on peut alors envisager de superposer plusieurs cheminements du type défini dans la figure 5 en changeant à chaque fois le point initial. La comparaison des projections obtenues dans différents plans devrait également permettre de détecter de tels cas particuliers.

Portée opératoire de l'approche géométrique [31]

Si l'approche géométrique a été présentée ici à partir de problèmes de statique comparative, il est important de souligner toutefois que sa portée dépasse largement ce cadre. La méthodologie discutée s'applique bien évidemment à l'étude de tout modèle ou système linéaire de la forme $Ax = b$. Pour ce qui est du traitement géométrique de modèles $h(y, z) = 0$ non linéaires, il conviendra de recourir à une linéarisation autour d'un point de référence (y_o, z_o) :

$$D \, \Delta y + B \, \Delta z = 0,$$

$$\text{avec } \Delta y = y - y_o \text{ et } \Delta z = z - z_o,$$

où D et B sont respectivement les matrices $\partial h / \partial y'$ et $\partial h / \partial z'$ évaluées au point (y_o, z_o). On notera que les inconvénients de la linéarisation sont ici largement compensés par la possibilité d'admettre des intervalles pour les valeurs possibles des paramètres du système étudié. Celui-ci peut s'écrire sous la forme $Ax = b$ en posant :

$$A = \begin{bmatrix} D & B & 0 \\ 0 & I & -\gamma \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta z \\ v \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

où v est une variable auxiliaire. Avec ces conventions, on voit que l'on peut fixer des intervalles de variations aussi bien pour les paramètres du système que pour les variables exogènes Δz, la valeur de ces dernières étant donnée par les paramètres γ.

Compte tenu de cette dernière remarque, il est alors naturel de penser que cette approche géométrique trouvera un domaine d'application privilégié dans les problèmes de prévision. Tant les paramètres que les variables exogènes ne peuvent en effet que rarement être précisés de manière exacte quand il s'agit du futur. Certes, ce problème de connaissance imprécise peut être traité par une approche probabiliste. La démarche géométrique présente cependant l'avantage, par rapport à celle-ci, de fournir, compte tenu des intervalles admis, une description complète de l'ensemble des futurs réalisables, et de ne pas privilégier de manière somme toute arbitraire un quelconque futur « moyen ».

31. Ritschard et Royer [1982], Rossier [1981] et Royer [1981 a].

Il est un autre domaine, étroitement lié à celui de la prévision d'ailleurs, où l'approche géométrique devrait fournir un éclairage intéressant. Il s'agit des problèmes de décision ou de choix de politique économique. Dans ce type de problème il est en effet raisonnable de fixer, a priori, des valeurs minimales et maximales pour les paramètres ou variables qui représentent des instruments de politique économique. La projection du polytope qui en résulte dans le plan correspondant à des objectifs conflictuels permettra de mettre en évidence, par exemple, l'ensemble des situations de compromis ou d'arbitrage entre ces critères. Les cas où de telles situations de compromis ne sont pas possibles pourront également être établis et correspondront précisément à des non-convexités.

QUELQUES REMARQUES EN GUISE DE CONCLUSION

L'expérience acquise collectivement dans l'élaboration, l'utilisation et l'explication de ce que l'on a convenu d'appeler une approche structurale en économie fait ressortir le problème posé par la présentation des résultats.

Face aux conclusions ponctuelles offertes par l'utilisation traditionnelle des modèles macro-économétriques par exemple, les intervalles, ou plus généralement les polytopes, de l'approche géométrique laissent plus de degrés de liberté quant à leur appréciation. Ceux cependant qui n'ont pas la foi du charbonnier dans les résultats numériques des modèles quantitatifs trouveront peut-être là une bonne raison de ne pas avoir à se passer de cet outil.

Si l'accent a été mis jusqu'à présent sur l'aspect *analytique* de la démarche, il convient maintenant d'en considérer l'aspect *synthétique*.

Si l'on considère ainsi le problème de l'opposition entre grands modèles et petits modèles, les conclusions que l'on peut tirer des analyses de séparabilité penchent fortement en faveur de l'élaboration première de petits modèles, dont les extensions ultérieures doivent être faites de manière cohérente avec les hypothèses de base, ou mettre explicitement en évidence les divergences avec celles-ci (Fontela et Rossier [1980]).

Dans ce cadre, on peut d'ailleurs resituer le problème de l'agrégation, celle-ci étant alors entendue comme la possibilité de fusionner en une seule entité certains aspects et fonctionnements du phénomène envisagé, sans modifier fondamentalement les conclusions que l'on peut tirer du modèle dans son ensemble.

L'analyse des structures qualitatives, quant à elle, peut permettre de mettre en évidence des liens de causalité dont la valeur fait basculer les conclusions de l'analyse d'un signe à l'autre (Ritschard [1980 a], chap. IV et Royer [1980 a], chap. V). Ces éléments doivent alors faire l'objet d'une étude quantitative plus fine.

MANFRED GILLI
Université de Genève

GILBERT RITSCHARD
Université de Genève

DANIEL ROYER
Université de Genève

BIBLIOGRAPHIE

[1963] ANDO A., FISHER F.M., « Near decomposability, partition and aggregation and the relevance of stability discussions », *International Economic Review*, 4 (1), p. 53-67.

[1963] ANDO A., FISHER F.M., SIMON H.A., *Essays on the structure of social science models*, Cambridge, MIT Press.

[1975] BENASSY J.P., « Neo-Keynesian disequilibrium in a monetary economy », *Review of Economic Studies*, 43, p. 503-524.

[1980] BODKIN R.G., KLEIN L.R., « Macro-econometric modelling : a schematic history and a view of its possible future », communication présentée au IV[e] congrès mondial de la Société d'économétrie, Aix-en-Provence, septembre.

[1978] DELEAU M., MALGRANGE P., *L'analyse des modèles macro-économiques quantitatifs*, Paris, Economica.

[1970] FISHER F.M., « A correspondence principle for simultaneous equation models », *Econometrica*, 31 (1), p. 73-92.

[1977] FONTELA E., GILLI M., « The causal structure of economic models », *Futures*, 9, p. 510-519.

[1980] FONTELA E., ROSSIER E., « Condensed forms of large scale models », *Large Scale Systems*, 1, p. 281-288.

[1980] GARBELY M., « Eléments de simplification automatique des modèles économiques interdépendants », université de Genève, communication présentée au colloque Structures économiques et économétrie, Lyon, mai 1980.

[1979] GILLI M., *Etude et analyse des structures causales dans les modèles économiques*, Berne, Peter Lang.

[1980] Gilli M., « CAUSOR — A program for the analysis of recursive and interdependent causal structures », document du Département d'économétrie, université de Genève.

[1978] Gilli M., Ritschard G., « A program for causal and qualitative analysis of economic models » — « ANAS », *Econometrica,* 46, p. 477-478.

[1981] Gilli M., Rossier E., « Understanding complex systems », *Automatica,* 17, p. 647-652.

[1981] Greenberg H.J., Maybee J.S., eds, *Computer-assisted analysis and model simplification,* New York, Academic Press.

[1974] Henin P.Y., « Sur la définition des structures causales en économétrie », *Cahiers du Séminaire d'économétrie,* 15, p. 9-28.

[1965] Lancaster K., « The theory of qualitative linear systems », *Econometrica,* 33, p. 395-408.

[1966] Lancaster K., « The solution of qualitative comparative static problems », *Quarterly Journal of Economics,* 80, p. 278-295.

[1968] Leijonhufvud A., *On Keynesian economics and the economics of Keynes,* Londres, Oxford University Press.

[1980] Malinvaud E., *Réexamen de la théorie du chômage,* Paris, Calmann-Lévy.

[1981] Maybee J.S., « Sign solvability », in Greenberg et Maybee, eds [1981].

[1981] Quirk J., « Qualitative stability of matrices and economic theory : a survey article », in Greenberg et Maybee, eds [1981].

[1980 a] Ritschard G., *Contribution à l'analyse des structures qualitatives des modèles économiques,* Berne, Peter Lang.

[1980 b] Ritschard G., « ANAS — A program for analysing and solving qualitative systems », *Cahiers du Département d'économétrie,* N° 80.07, université de Genève.

[1983] Ritschard G., « Computable qualitative comparative static techniques », *Econometrica,* 51 (à paraître).

[1981] Ritschard G., Rossier E., « Qualitative and geometric methods for large econometric models », *Large Scale Systems,* 2, p. 269-290.

[1975] Ritschard G., Royer D., « Aspects théoriques et portée concrète de l'économie qualitative », document du Département d'économétrie, université de Genève.

[1982] Ritschard G., Royer D., « Parités flottantes en déséquilibre », *Prévision et analyse économique,* 3 (à paraître).

[1980 a] Rossier E., *Economie structurale,* Paris, Economica.

[1980 b] Rossier E., « Les ensembles de cohésion et leurs applications aux modèles économiques interdépendants » in *Regards sur la théorie des graphes,* P. Hansen et D. De Werra, eds, Lausanne, Presses polytechniques romandes.

[1981] Rossier E., « Une approche géométrique du problème de la prévision », *Cahiers du Département d'économétrie,* 81.01, université de Genève, communication présentée au VIII[e] colloque international d'Econométrie appliquée, Lille, février 1981.

[1982 a] Rossier E., « L'inverse d'une matrice d'intervalle », *Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche opérationnelle* (série verte), 16, p. 99-124.

[1982 b] Rossier E., « The geometry of economic knowledge », *Quality and Quantity,* 16 (à paraître).

[1983] Rossier E., « Pour un schéma de lecture des modèles économiques, complexes : application à MINI-DMS », *Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche opérationnelle,* 17 (1) (à paraître).

[1980 a] Royer D., *Contribution à l'analyse qualitative des modèles de décision,* Berne, Peter Lang.

[1980 b] Royer D., « Policy implications of normative causality », *Cahiers du Département d'économétrie,* 80.02, université de Genève, et *Cahiers du LABREV,* 8108, université du Québec à Montréal.

[1981 a] Royer D., « Fluctuations du taux de change et économies non walrasiennes : une approche géométrique », *Document de travail* 8106 du Groupe de recherches en économie mathématique, université de Besançon.

[1981 b] Royer D., « Structure causale de la forme normative d'un modèle économique. Fondements théoriques et illustration », *Publications économétriques,* 14, fasc. 1, p. 63-92.

[1965] Samuelson P.A., *Les fondements de l'analyse économique,* Paris, Gauthier-Villars.

[1982] Seffert C., « Structural analysis of Input-Ouptut matrices », communication présentée au Winter symposium of the Econometric society, Chiasso, janvier 1982.

[1963] Simon H.A., « Causal ordering and identifiability » in Ando, Fisher et Simon (1963).

[1977] Solari L. (avec la collaboration de E. Rossier), *De l'économie qualitative à l'économie quantitative. Pour une approche formalisée en science économique,* Paris, Masson.

[1980] Tobin J., *Asset accumulation and economic activity,* Chicago, The University of Chicago Press.