

RESEAUX NEURONAUX: APPLICATIONS POTENTIELLES A L'ECONOMETRIE

GILBERT RITSCHARD et DJAMEL A. ZIGHED

Université de Genève et Université de Lyon I

INTRODUCTION

Issus de la modélisation de systèmes neurobiologiques, les réseaux neuronaux possèdent des propriétés particulières, notamment d'*apprentissage*, d'*adaptation* et de *robustesse*, souvent recherchées en économétrie où la modélisation se fait en général dans un environnement changeant et sur la base d'observations partielles et/ou imprécises. Assez curieusement, cependant, les réseaux neuronaux n'ont jusqu'ici rencontré qu'un écho très timide en sciences économiques, alors qu'ils ont connu un essor considérable ces dernières années dans des domaines aussi divers que les neurosciences, la biologie, la psychologie, les sciences cognitives, la robotique, l'informatique, la finance, etc. Il nous a donc paru opportun d'examiner les perspectives d'application de ce type de modélisation en sciences économiques et sociales. Cette communication présente le résultat de cette réflexion.

Une première partie rappelle les principes fondamentaux des réseaux neuronaux et décrit les caractéristiques des trois principales classes de réseaux développés dans la littérature, à savoir: les réseaux à couches de type récurrent (le Perceptron et ses dérivés), les réseaux fondés sur le principe des mémoires associatives (modèle de Hopfield, machine de Boltzmann), et les réseaux à apprentissage non supervisé (résonance adaptative de Grossberg, modèle de Kohonen).

Les applications potentielles à l'économétrie font l'objet d'une seconde partie. Trois possibilités d'utilisation des réseaux neuronaux sont discutées:

- a) comme outils d'analyse de données,
- b) comme méthodes d'estimation et de prédiction, et
- c) comme source d'inspiration pour la modélisation de réseaux socio-économiques.

Le premier aspect (a) est certainement le plus immédiat. La reconnaissance de forme en général, est en effet un domaine d'application privilégié des réseaux neuronaux. Nous tentons à cet égard de préciser ce que les réseaux peuvent apporter par rapport aux méthodes plus traditionnelles de classification et d'analyse factorielle.

L'estimation (b) est par nature une opération très proche de la phase d'apprentissage d'un réseau. Nous commençons cette analogie et montrons comment les réseaux peuvent offrir une alternative intéressante à l'estimation dans certains problèmes, l'estimation d'une variété d'équilibres par exemple.

Enfin, s'agissant de modéliser les coopérations et compétitions entre agents économiques (c), nous examinons les possibilités d'adapter au contexte économique, les mécanismes d'excitation et d'inhibition latérale, introduits notamment dans les réseaux à apprentissage non supervisé.

LES RESEAUX NEURONAUX

Les réseaux neuronaux considérés ici recouvrent toute une famille de modèles, connus également sous le nom de modèles connexionnistes ou encore de modèles PDP de l'anglais *Parallel Distributed Processing*. Ces modèles ont en commun d'être constitués d'un ensemble de petits modules ou processeurs interconnectés dont chacun émet un signal d'intensité variable selon les signaux perçus. Le terme de réseau neuronal se réfère évidemment à l'origine de ces modèles, dont les premiers prototypes (notamment le Perceptron de Rosenblatt, 1958, et l'Adaline de Widrow, 1962) ont été conçus comme des modèles des fonctions neurobiologiques élémentaires de perception et de mémorisation.

L'aspect neuromimétique de ces modèles se situe à deux niveaux:

- *Sur le plan de l'architecture* tout d'abord: les processeurs élémentaires d'un modèle connexionniste s'apparentent aux neurones d'un système neurobiologique, et les connexions à celui des synapses.
- *Sur le plan des propriétés de fonctionnement*. Parmi celles-ci, on peut citer:
 - a) la *faculté d'apprentissage* et *d'adaptation* aux situations nouvelles;
 - b) la *résistance à la détérioration*: la défectuosité de quelques neurones ne stoppe pas le modèle, qui continue de

fournir des résultats plus ou moins fiables selon la proportion de neurones affectés;

- c) l'aptitude à fournir des réponses correctes à partir de données d'entrée incomplètes ou entachées d'erreurs;
- d) la capacité de traiter l'information en parallèle: dans la mesure où elle s'appuie sur un support informatique adéquat, l'architecture connexionniste se prête au traitement parallèle de l'information et donc à la réalisation en simultané de plusieurs opérations.

La dernière propriété énoncée présente des avantages évidents du point de vue opératoire. En ce qui nous concerne, nous nous intéresserons cependant plus particulièrement aux trois premières, qui ne sont pas conditionnées par l'existence d'un support informatique de type connexionniste. Ces trois propriétés peuvent être exploitées par le biais de simulateurs de réseaux neuronaux fonctionnant sur des ordinateurs traditionnels à processeur central.

L'étude des réseaux neuronaux formels est un domaine de recherche relativement récent. Les premiers résultats significatifs remontent à McCulloch & Pitts (1943) qui montrèrent qu'un réseau formel de valeurs binaires pouvait résoudre des calculs, et à Hebb (1949) qui proposa un mécanisme formel d'apprentissage. Ces premières tentatives donnèrent naissance dans les années 50 aux premiers modèles, déjà cités, de mécanismes de perception et de mémorisation: le Perceptron de Rosenblatt (1958) et l'Adaline de Widrow (1962). La mise en évidence des limites du Perceptron par Minsky & Papert (1969) freina l'enthousiasme que ces modèles avaient suscité pour l'approche connexionniste pendant les années 60. Malgré les contributions importantes d'Anderson (1973 et 1977), de Grossberg (1976 et 1978), et d'autres, ce n'est qu'à partir de la fin des années 70 que la recherche sur les réseaux neuronaux retrouva un second souffle, avec notamment les travaux de Kohonen (1979 et 1983), de Hopfield (1984) et Hopfield & Tank (1985), sur les mémoires associatives, et ceux du groupe de recherche PDP à l'Université de Californie à San Diego (voir notamment les contributions dans Rumelhart & McClelland, 1986).

LES ELEMENTS CONSTITUTIFS D'UN RESEAU NEURONAL

Un réseau neuronal formel (RN) est constitué de cellules (les neurones) interconnectées.

Un *neurone* peut être considéré comme un processeur qui reçoit des signaux de l'extérieur ou d'autres neurones, en fonction desquels il détermine son taux d'activation et par suite le signal qu'il va émettre à son tour.

Plus formellement, en notant x_j le signal net perçu par le neurone j (en général simplement la somme de tous les signaux x_{ij} perçus par j), on peut caractériser la fonction d'un neurone par une application f qui associe à x_j un signal émis y_j représentant son niveau d'activation:

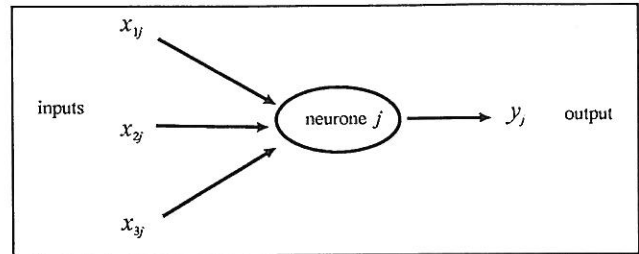


Figure 1

$$f : x_j = \sum_i x_{ij} \rightarrow y_j = f(x_j)$$

La fonction f est appelée *fonction d'activation ou de transfert*. Les formes les plus courantes retenues pour cette fonction sont:

- les fonctions linéaires:

$$f(x_j) = \theta_0 + \theta_1 x_j$$

- les fonctions à seuil logique:

$$f(x_j) = 1 \text{ si } x_j > \theta \text{ (ou } < \theta), \text{ et } 0 \text{ sinon}$$

- les fonctions logistiques:

$$f(x_j) = [1 + \exp\{-(x_j + \theta_j)/\theta_0\}]^{-1}$$

où θ_j est un paramètre localisant le seuil, et θ_0 un paramètre déterminant l'importance de l'effet sigmoïde (voir graphique). L'inverse de la fonction logistique est:

$$f^{-1}(y_j) = \theta_0 \log(y_j/(1-y_j)) - \theta_j$$

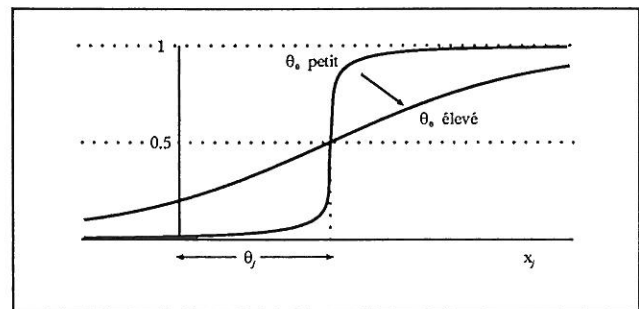


Figure 2: Forme sigmoïde des fonctions logistiques

La littérature sur les réseaux de neurones propose encore bien d'autres formes, telles que les fonctions linéaires à seuil (type fonction de Huber) et les fonctions gaussiennes.

Dans la suite de ce travail, on admettra que les signaux externes, représentant l'input du modèle, sont les signaux y_j émis par des neurones fictifs d'entrée. Dans certains cas il sera préférable de concevoir ces signaux comme des signaux perçus par les neurones d'entrée, et l'on utilisera alors la notation x_j , étant entendu que pour ces neurones fictifs d'entrée on a $y_j = x_j$. De même, la réponse du

modèle (output), sera caractérisée par les signaux perçus ou émis par des neurones fictifs de sortie. On notera x^e le vecteur des signaux externes perçus par les neurones d'entrée et par y^s le vecteur réponse du modèle fourni par les neurones de sortie.

Les signaux émis sont transmis aux autres neurones par le biais des connexions (les synapses). La connexion ij transmet au neurone i le signal y_j émis par un neurone j .

On affecte chaque connexion d'un poids w_{ij} . Ce poids reflète l'importance accordée par le récepteur i au signal émis par j et l'on a alors $x_{ji} = w_{ij}y_j$. On note par W la matrice des poids: $W = (w_{ij})$.

L'input net d'un neurone i étant défini comme la somme des signaux perçus, on a :

$$x_i = \sum_j w_{ij}y_j \Leftrightarrow x = Wy$$

où x représente le vecteur des signaux nets perçus, et y le vecteur des signaux émis.

Les neurones d'un réseau peuvent être entièrement interconnectés. La plupart des RN ont cependant une structure particularisée. Dans le Perceptron et ses généralisations par exemple, les neurones sont répartis en couches et ne transmettent leurs signaux qu'aux neurones de la couche suivante.

LE PROCÉDE D'APPRENTISSAGE

Pour des valeurs données des paramètres w des connexions et θ des fonctions d'activation, une configuration de données x^e présentée au RN engendre une cascade de signaux entre neurones dont les derniers caractérisent la réponse fournie par le réseau. Les données pourront par exemple être des images, des symboles, ou encore, un vecteur de codes ou de nombres représentant le profil d'une machine, d'une personne, etc. La réponse sera alors par exemple le nom ou la classe d'appartenance de l'objet ou de la personne présentée.

Nous avons déjà mentionné plus haut qu'une des caractéristiques essentielles des RN était leur faculté d'apprentissage. De ce point de vue la description des fonctions d'activation et de la structure des connexions ne suffit pas à caractériser un RN. Il s'agit encore de préciser le processus d'apprentissage, c'est-à-dire la façon dont le modèle va successivement modifier les valeurs des paramètres w et θ en fonction des informations nouvelles qui lui seront fournies.

On peut distinguer ici trois grandes classes de modèles, que nous examinerons successivement dans les sections suivantes :

- Les *modèles à apprentissage supervisé* où, pendant la phase d'apprentissage, un élément externe (le superviseur) indique au modèle les écarts entre la réponse fournie et

la réalité. Le modèle révisé alors la valeur de ses paramètres (w et θ) en cherchant à minimiser ces écarts. C'est le processus le plus répandu car le mieux compris.

- Les modèles où l'apprentissage consiste principalement en une opération de stockage de l'information. Il s'agit des *modèles à mémoire associative*.
- Les *modèles à apprentissage non supervisé*. Il s'agit de réseaux qui s'auto-organisent de façon à déterminer leurs propres symboles, leurs propres classes d'objets, un peu comme les méthodes de classification automatique. L'apprentissage se fonde sur des mécanismes compétitifs et/ou coopératifs entre neurones. Il est totalement intégré au fonctionnement du modèle, contrairement à l'apprentissage supervisé et au stockage d'information pour les mémoires associatives, qui constituent des phases distinctes de celle d'utilisation des réseaux. Ces modèles, capables de générer des concepts, sont certainement les plus fascinants, mais aussi les plus difficiles à maîtriser.

MODELES A APPRENTISSAGE SUPERVISE

Les modèles à apprentissage supervisé sont typiquement constitués de plusieurs couches de neurones. Les signaux émis dans une couche ne sont transmis qu'aux neurones de la couche suivante (Figure 3) et donnent donc lieu à des flux unidirectionnels. Des effets de rétroaction sont introduits uniquement au moment de l'apprentissage, ce que nous illustrons ci-après en décrivant brièvement le principe de la rétropropagation du gradient pour un réseau multicouche avec fonctions d'activation logistiques (Rumelhart, Hinton et Williams, 1986).

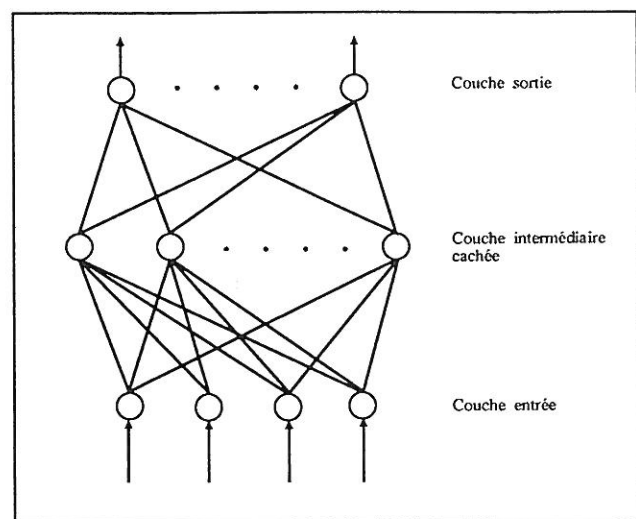


Figure 3: Un réseau à trois couches

A partir d'un ensemble de prototypes: $x^{(p)}$, $p = 1, 2, \dots, P$, l'apprentissage vise à déterminer les poids w qui fournissent les réponses correctes $t^{(p)}$ (supposées connues) pour ces prototypes. Les réponses seront par exemple des éti-

quettes associées aux prototypes. L'apprentissage se fait en présentant successivement jusqu'à convergence les P prototypes au modèle. A chaque itération, on évalue pour chaque exemple p l'erreur de la réponse fournie par :

$$E^{(p)}(y^{(p)}, t^{(p)}) = \frac{1}{2} \sum_i (t_i^{(p)} - y_i^{(p)})^2$$

où $y_{ik}^{(p)}$ représente la réponse du neurone i à l'input $x^{(p)}$ à la kème itération, et $t_i^{(p)}$ la réponse désirée. L'erreur pour l'ensemble des prototypes est alors simplement :

$$E(y^{(1)}, \dots, y^{(P)}, t^{(1)}, \dots, t^{(P)}) = \sum_p E^{(p)}(y^{(p)}, t^{(p)})$$

L'algorithme de la rétropropagation du gradient vise à modifier les poids w de façon à diminuer le plus rapidement possible cette erreur. Plus précisément, il modifie à chaque étape les poids proportionnellement à $-\delta E^{(p)}/\delta w$. En posant $\delta_i = -\delta E^{(p)}/\delta x_i$, et comme par définition de l'input net x_i on a $\delta x_i/\delta w_{ij} = y_j$, la règle d'adaptation s'écrit :

$$\Delta w_{ij} = \eta \delta_i y_j$$

où η est un paramètre de vitesse d'ajustement. Cette règle est une généralisation de la règle *delta* de Widrow et Hoff (1960) pour les modèles à deux couches du type Perceptron.

Lorsque i est une cellule de la couche de sortie, on a :

$$\delta_i = (t_i - y_i) f'_i(x_i)$$

Pour les autres couches, δ_i s'écrit :

$$\delta_i = f'_i(x_i) \sum_k \delta_k w_{ki}$$

Si les fonctions d'activation f_i sont du type logistique avec $\theta_0 = 1$, les dérivées sont données par :

$$f'_i(x_i) = y_i(1 - y_i)$$

Seul le paramètre η reste alors à déterminer.

MODELES DE MEMOIRES ASSOCIATIVES

Ces modèles fonctionnent selon le principe du stockage puis du rappel des prototypes, un prototype consistant en un vecteur $x^{(p)}$ d'inputs et un vecteur correspondant d'outputs $t^{(p)}$. Ils sont apparentés aux *mémoires adressables par leur contenu*, dont la forme la plus simple correspond aux matrices de corrélations. En effet, en stockant les prototypes

$$(x^{(p)}, t^{(p)}), p = 1, 2, \dots, P,$$

sous forme de matrice de corrélations :

$$W = \sum_p t^{(p)} x^{(p)'}$$

on a, dans le cas où les $x^{(p)}$ sont orthonormés :

$$W x^{(p)} = t^{(p)}$$

ce qui permet de retrouver l'output $t^{(p)}$ en prémultipliant simplement l'input $x^{(p)}$ par W.

Dans le cas plus général de $x^{(p)}$ non orthogonaux, on peut également obtenir des rappels exacts par le biais de vecteurs instrumentaux et de filtres.

Esquisse du modèle de Hopfield

Le modèle de Hopfield est, si l'on excepte nos neurones fictifs d'entrée et de sortie, un réseau plat entièrement interconnecté. Les connexions sont supposées symétriques: $w_{ij} = w_{ji}$. Le modèle existe en version discrète avec fonctions d'activation à seuil, et en version continue avec fonctions d'activation sigmoïdes. Les deux versions jouissent de propriétés analogues (Hopfield, 1984).

Le modèle vise à retrouver un prototype $x^{(p)}$ appris, lorsqu'on lui présente un vecteur $x^{(m)}$ de stimuli quelconque. Il cherche donc à associer chaque nouveau vecteur $x^{(m)}$ au prototype qui lui est le plus semblable. L'apprentissage consiste à stocker les prototypes $x^{(p)}$. Ceux-ci sont introduits comme des états d'équilibre (input $x^{(p)}$ égal à l'output $y^{(p)}$), ce qui revient à définir la matrice W des poids des connexions par :

$$W = \sum_p x^{(p)} x^{(p)'}$$

Dans son fonctionnement, le modèle diffère cependant des matrices de mémoires associatives. Les réponses dépendent notamment des fonctions d'activation qui jouent en particulier le rôle de filtre. Les neurones du réseau sont mis à jour itérativement jusqu'à convergence, de façon stochastique et asynchrone. Cela évite en particulier le problème de la synchronisation des signaux. De plus, cette façon de faire est compatible avec l'idée que les neurones n'ont pas, en tout temps, une connaissance globale de l'état du réseau.

Le processus itératif converge vers des états stables. Pour la démonstration, il suffit de constater que la fonction d'énergie (définie ici pour le cas de fonctions d'activation à seuil θ_j)

$$E(x) = -0.5 \sum_{ij} w_{ij} x_i x_j - \sum_j x_j^e x_j + \sum_j \theta_j x_j$$

est une fonction de Liapounov. Plus généralement, on montre que tous les prototypes mémorisés sont des états stables. Leur bassin d'attraction peut cependant varier. Il s'agit alors en particulier d'assurer, lors de la mémorisa-

tion, une capacité attractive raisonnable à chaque prototype. Ceci pour éviter qu'un état stable trop fortement attracteur ne deviennent un état «poubelle» et pour assurer une attraction suffisante à tous les prototypes. Des algorithmes du type «recuit simulé» sont par ailleurs utilisés pour éviter les minima locaux non associés à des prototypes.

Un autre problème d'importance pour les réseaux de type Hopfield est celui de la capacité. Il est clair que le nombre de prototypes pouvant être mémorisés est dépendant du nombre de neurones. McEliece, Posner et Rodemich (1987) ont établi que la capacité du RN de Hopfield était asymptotiquement $n/(4 \log n)$ où n est le nombre de neurones binaires. Cette question de la capacité est ici capitale, car la mémorisation de prototypes supplémentaires peut entraîner l'oubli de tous les autres.

Les modèles à mémoire associative, et le modèle de Hopfield en particulier, s'appuient sur des principes de relaxation. Ils semblent particulièrement bien adaptés à la résolution de problèmes d'optimisation sous contraintes avec fonction critère quadratique et offrent une voie prometteuse pour résoudre certains problèmes np-complets. Le problème du voyageur de commerce est l'exemple type utilisé pour illustrer la portée du réseau de Hopfield.

MODELES A APPRENTISSAGE NON SUPERVISE

Les modèles à apprentissage non supervisé, ou à auto-organisation, sont des réseaux qui classifient les objets qu'on leur présente en déterminant par eux-mêmes les similitudes et différences entre objets. En ce sens ces modèles sont proches de la classification automatique. Les classes obtenues présentent cependant la particularité d'être adaptatives, c'est-à-dire qu'elles sont remodelées chaque fois que l'on présente un nouvel input au modèle.

L'apprentissage et l'utilisation notamment à des fins de classification, sont deux phases totalement intégrées dans les modèles non supervisés. Les classes sont caractérisées par la valeur des paramètres w_{ij} et θ_i du modèle, qui sont, pour certains d'entre eux du moins, réadaptés successivement pour tenir compte de l'information supplémentaire apportée par chaque nouvel input. Des phénomènes d'oubli ont également été modélisés (Kohonen, 1983, 116-117).

L'auto-organisation est obtenue principalement par le biais de processus de compétition et de coopération entre neurones. Ces effets sont introduits sous forme d'interactions latérales. La compétition correspond à des effets d'inhibition latérale par lesquels chaque neurone cherche à annuler l'activité des autres. Ces procédés permettent notamment d'obtenir qu'un seul neurone ne soit actif par couche (ce neurone caractérisera par exemple la classe d'appartenance de l'input présenté). Les processus coopératifs, d'excitation mutuelle, visent à accroître l'intensité

du signal émis par un neurone lorsque les neurones voisins s'activent.

Parmi les modèles non supervisés, on peut citer celui de Kohonen (1983) et ceux fondés sur le principe de la résonance adaptative de Carpenter & Grossberg (1987).

Très sommairement, le réseau de Kohonen évolue de façon à déterminer une application de l'espace des inputs (objets à classer) dans l'espace des outputs (les classes), qui préserve certaines propriétés topologiques. Il utilise notamment des interactions latérales ayant la forme du «chapeau mexicain» (Figure 4). Cette forme indique que l'effet d'inhibition ou d'excitation mutuelle dépend de la distance entre neurones: les neurones proches s'excitent mutuellement, une compétition apparaît lorsque la distance augmente, et l'effet devient négligeable entre neurones très distants.

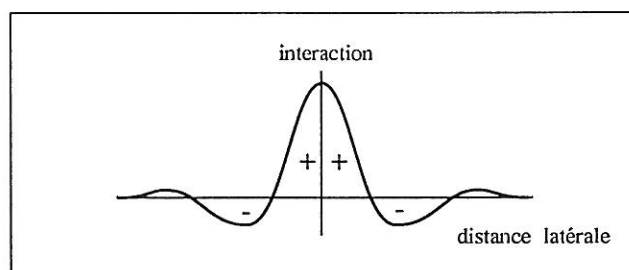


Figure 4: La fonction «chapeau mexicain» des interactions latérales

La structure de la résonance adaptative de Carpenter & Grossberg (Figure 5) introduit, en plus d'effets inhibiteurs latéraux, des effets d_{ij} de retour à la couche précédente (la résonance). Ces effets visent notamment à s'assurer que l'objet présenté a suffisamment de points communs avec la classe dont il est le plus proche. Le cas échéant, les paramètres d'avance b_{ij} et de retour d_{ij} sont réadaptés pour tenir compte de l'information supplémentaire sur la classe que fournit le nouvel élément. Selon Grossberg (1988, ch. 5), la résonance adaptative permet notamment d'assurer la stabilité temporelle du modèle.

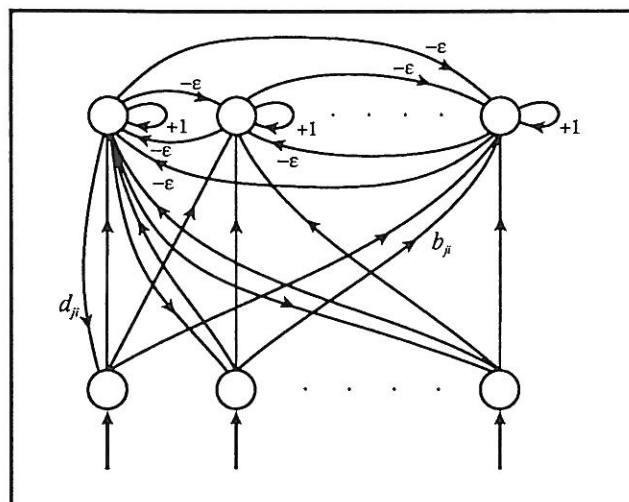


Figure 5: Architecture d'un modèle de résonance adaptative.

APPLICATIONS POTENTIELLES

RECONNAISSANCE DE FORMES

Avant de montrer en quoi l'approche neuromimétique peut être utilisée pour modéliser certains problèmes de Reconnaissance de Formes (R.d.F) que nous rencontrons dans les domaines de l'économie et de la gestion, nous allons, dans un premier temps, définir succinctement et dans ce contexte un problème type de R.d.F. Nous décrivons, ensuite, comment à l'aide des réseaux de neurones, nous pouvons élaborer un modèle.

Considérons le cas d'un expert en « diagnostic d'entreprise » qui s'intéresse au « succès » et/ou à l'« échec » de celle-ci. Son objectif consiste à élaborer une règle, qui sera un modèle symbolique ou numérique, lui permettant de prévoir, à l'avance, le « succès » ou l'« échec » d'une entreprise. Deux approches, non contradictoires, sont possibles :

- la première, basée essentiellement sur son expérience et sa connaissance, implicite et/ou explicite, consiste à postuler un modèle de prédiction qui, là également, sera implicite et/ou explicite, et de le valider, empiriquement, à chaque occasion d'expérience qui se présente,
- la seconde, consiste à recueillir des informations sur des entreprises qui ont « réussi » et d'autres sur des entreprises qui ont « échoué ». Sur la base de cette masse de données, mettre en œuvre une méthode de R.d.F qui l'aiderait à bâtir son modèle de prévision.

Cette démarche est en réalité très courante chez les économètres dont la seule particularité réside dans la nature de la prévision : en économétrie, la prévision porte, généralement sur une variable quantitative alors que le « succès » ou l'« échec » peut être considéré comme une variable qualitative nominale.

Le schéma général d'un processus de R.d.F est le suivant : sur un échantillon Ω , dit d'apprentissage, issu d'une population Π , on suppose connu :

- l'état de p variables X_j ($j = 1, \dots, p$) dites exogènes (par exemple : capital, nombre d'ouvriers, chiffre d'affaire mensuel moyen, ...)
- l'état d'une variable dite endogène Y (qui prend par exemple les modalités « échec » ou « succès »).

L'objectif est de rechercher une règle Φ permettant pour un individu π issu de Π pour lequel nous ne connaissons pas $Y(\pi)$ de prédire cette valeur grâce à Φ . Nous souhaitons que celle-ci soit telle que $\Phi(\omega) = Y(\omega)$ pour une majorité de points dans Ω d'où le schéma général d'un processus de reconnaissance de formes illustré à la Figure 6.

La R.d.F se propose donc de fournir des outils permettant d'extraire, à partir de l'information dont on dispose sur l'échantillon de base, la règle de prédiction Φ .

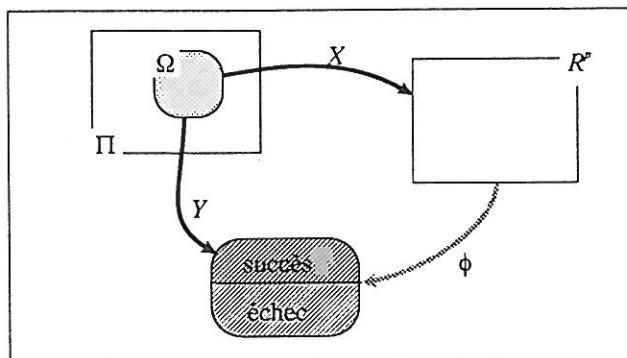


Figure 6: Processus général de reconnaissance de formes

Les techniques développées dans ce cadre sont diverses et multiples. Cette diversité et cette multitude sont liées à la nature des informations disponibles. Si la variable endogène et les variables exogènes sont de nature quantitative on se retrouve dans le cadre de méthodes de régression, largement exploitées en économétrie. Si, seule, la variable endogène est de nature qualitative, on se retrouve dans le cadre classique de l'analyse discriminante, etc.

À notre avis, l'approche neuromimétique, particulièrement les réseaux de neurones multicouches, constitue un instrument présentant des avantages par rapport aux techniques d'analyse multidimensionnelles classiques. Apprentissage sur de petits échantillons, discrimination non linéaire, adaptabilité aux situations nouvelles, prédiction à partir d'un vecteur d'entrée incomplet, sont autant de problèmes que l'on peut espérer résoudre grâce aux modèles neuronaux.

Voyons sous quelle forme un réseau multicouche permet d'extraire un modèle d'aide à la décision, économétrique par exemple.

Dans un premier temps, nous fixons la structure générale du réseau, c'est-à-dire le nombre de couches, le nombre de cellules de chacune d'elles et enfin toutes les connexions que l'on souhaite établir. Les poids des connexions sont initialisés de manière arbitraire. Cette phase, qui est une véritable opération de *design*, dépend de l'expérience et du « flair » de l'architecte du réseau. Cependant, quelques grands principes ont été proposés dans la littérature mais, il n'existe aucun mode d'emploi systématique. On suggère ainsi en général que le nombre de neurones cachés ne devrait pas excéder le nombre de neurones d'entrée, ni le nombre de neurones de sortie. Il ne devrait pas non plus être inférieur au plus petit de ces deux nombres. Pour fixer les idées, supposons que nous ayons retenu la structure de la Figure 7.

Une fois l'architecture du réseau fixée, débute la phase d'apprentissage. Elle consiste à présenter, de manière successive, l'ensemble des individus de l'échantillon d'apprentissage et sur la base des valeurs exogènes, le réseau calcule, pour chaque cellule, l'entrée totale qui sera

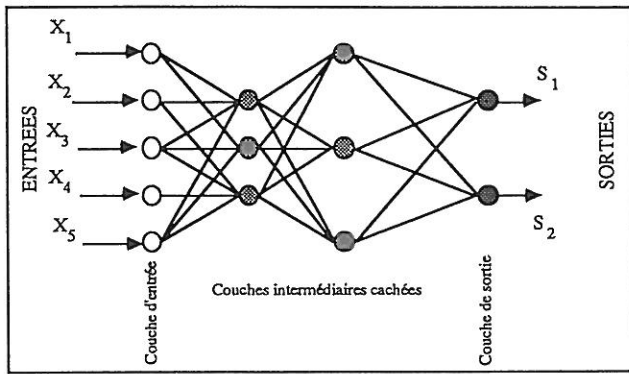


Figure 7: Architecture d'un réseau multicouche

ensuite «seuillée» et transmise aux cellules connectées en aval et ainsi de suite jusqu'aux cellules de sortie.

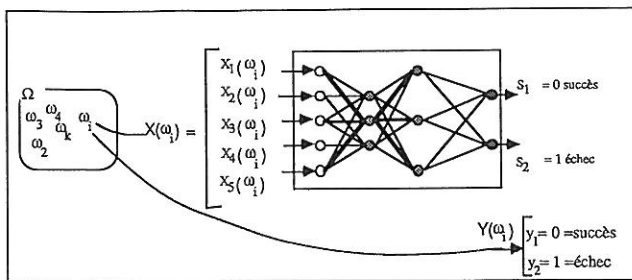


Figure 8: Modèle d'apprentissage sur les réseaux multicouches

La sortie des cellules de la dernière couche sont comparées aux valeurs attendues de la variable endogène. Si l'écart est jugé inacceptable alors, les poids des connexions sont réévalués en utilisant, par exemple, l'algorithme de rétro-propagation du gradient. Le processus est renouvelé jusqu'à la «convergence»: l'écart, entre les sorties du réseau et celles attendues, devient négligeable. Précisons que nous n'avons, généralement, aucune garantie concernant cette convergence. Lors de cette phase d'apprentissage, un même individu peut servir de nombreuses fois.

Une fois l'apprentissage terminé: les sorties finales sont jugées fiables, le réseau pourra servir à la prévision. De nombreuses applications commencent à apparaître notamment dans le domaine de la finance. Elles restent cependant dans le seul cadre de la recherche expérimentale. Car, outre le savoir faire nécessaire à la conception de l'architecture d'un réseau, les algorithmes proposés jusque-là, restent très coûteux d'un point de vue calcul. Cependant avec le développement des machines parallèles, ces approches connaîtront sans aucun doute un succès grandissant.

ESTIMATION ET PREDICTION

L'objet de l'économétrie est essentiellement la quantification de relations entre grandeurs économiques. Cette quantification se fait habituellement par estimation à par-

tir d'un échantillon d'observations. De même, la quantification des paramètres des réseaux unidirectionnels se fait par apprentissage sur un échantillon. L'estimation et l'apprentissage sont donc deux notions très voisines. Nous nous proposons ci-après de préciser en quoi elles se distinguent, et d'énumérer quelques situations où l'apprentissage dans un réseau peut fournir une alternative intéressante aux méthodes classiques d'estimation.

Les techniques d'estimation, de régression en particulier, sont des outils parfaitement maîtrisés en économétrie. Elles fournissent par ailleurs toutes sortes de résultats inférentiels qui permettent de juger de la qualité des ajustements et de la fiabilité des valeurs obtenues pour chaque paramètre. Les coefficients estimés ont, de plus, souvent une interprétation économique évidente, ce qui tient au fait que l'output est directement relié à l'input.

Par opposition, un réseau supervisé se présente comme une boîte noire qui lie l'output à l'input par l'intermédiaire de cellules cachées, ou si l'on veut de variables latentes. Ces variables n'ont pas en général d'interprétation précise, et il en est alors de même des paramètres. Pour ce qui est de la fiabilité, on dispose évidemment du critère d'écart entre l'output fourni par le modèle et l'output attendu. On considère également le pourcentage de cas dans l'échantillon d'apprentissage pour lesquels le réseau donne une prédiction correcte de l'output. En général cependant, on choisit la complexité du réseau (le nombre de neurones cachés) de façon à obtenir un apprentissage correct de tous les éléments de l'échantillon.

Avant de discuter des apports potentiels des réseaux dans le cadre de l'estimation et de la prédiction, il convient de faire quelques remarques sur la représentation d'une relation de type économétrique sous forme de réseau. Considérons à titre d'exemple la relation à élasticité constante $M = \alpha Y^{\beta} (p_m/p)^{\gamma}$ faisant dépendre le volume des importations M du Produit intérieur brut Y et du rapport p_m/p des indices des prix d'importation et domestiques. Le graphe de la Figure 9a illustre cette relation. Ce réseau ne permet pas de déterminer les élasticités β et γ . Il pourrait cependant être utilisé pour la prédiction. Comme la variable endogène est métrique, un codage de celle-ci selon le principe suggéré par Takeda & Goodman (1986) permettrait de bénéficier pleinement de la résistance à la détérioration des réseaux, ainsi que de leur capacité à gérer des inputs partiels. Le codage de Takeda est une extension du principe qui consiste à représenter un nombre par la somme des états de neurones binaires. L'intérêt de ce codage est de donner à chaque nombre plusieurs représentations (2 sera par exemple désigné par 00101, 10001, 11000, etc.) et donnera ainsi lieu à des applications moins sensibles aux erreurs.

L'exemple envisagé à la Figure 9 n'avait qu'un but illustratif et ne correspond certainement pas à une situation où les réseaux apportent «un plus» par rapport aux méthodes classiques d'estimation et de prédiction. Ces

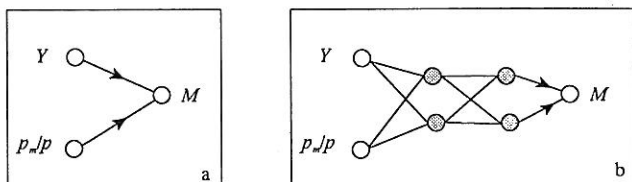


Figure 9: Relation économique (a) et représentation sous forme de réseau (b)

apports nous semblent par contre possibles dans les quelques domaines suivants, qui ne constituent en aucun cas une liste exhaustive:

- *Modèles probit et logit.* Nous avons vu en discutant de la R.d.F, que les réseaux étaient particulièrement bien adaptés à la prédiction de variables qualitatives. Ils offrent de ce point de vue une alternative aux modèles probit et logit, qui est directement généralisable au cas de variables endogènes à modalités multiples.
- *Estimateurs non linéaires.* Les modèles de mémoires associatives ont une utilisation duale comme outil d'optimisation. Il conviendrait de voir dans quelle mesure les réseaux permettraient d'éviter les problèmes de convergence des algorithmes traditionnels sur lesquels s'appuient notamment les estimateurs non linéaires. Dans le même esprit, on pourra consulter la discussion de Takeda & Goodman (1986) sur la résolution de systèmes d'équations simultanées par les réseaux neuronaux.
- *Estimation de variétés non linéaires.* Les méthodes traditionnelles d'estimation et de régression, ne se prêtent pas à l'estimation de relations non fonctionnelles, les différentes branches d'une correspondance par exemple. La théorie économique propose cependant souvent des objets non représentables sous forme de fonction qu'il serait pertinent de tenter de quantifier. Nous pensons ici en particulier aux variétés d'équilibres qui peuvent avoir des formes (Balasko, 1988) telles que celle représentée à la Figure 10 pour un bien et un prix. La souplesse des réseaux neuronaux devrait permettre d'appréhender ce type de forme dans l'espace. On peut songer en particulier à un réseau non supervisé (modèle de Kohonen) pour déceler les différentes branches ou couches de la variété, qui seraient ensuite quantifiées à l'aide de méthodes classiques d'estimation ou de réseaux supervisés.

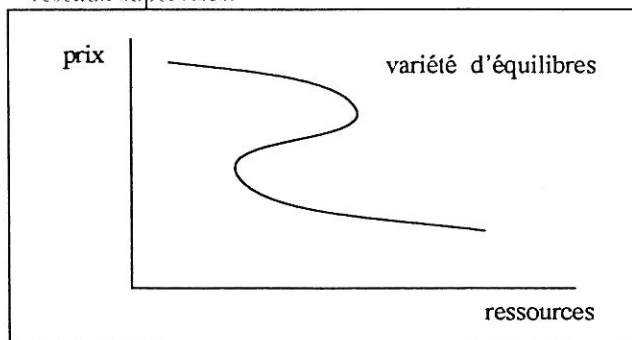


Figure 10: Variété d'équilibres

MODELISATION DE RESEAUX SOCIO-ECONOMIQUES

La modélisation de réseaux socio-économiques est une troisième direction pour laquelle les modèles connexionnistes nous semblent fournir une base de réflexion prometteuse. Il ne s'agit pas ici d'exploiter les modèles neuronaux en tant que tels, mais de s'inspirer de leur mécanismes internes, pour modéliser la dynamique qui régit les relations entre agents économiques ou entités sociales. Les effets de coopération et de compétition entre neurones, qui jouent en particulier dans les réseaux non supervisés, ne sont pas sans rappeler les comportements coopératifs et compétitifs d'individus dans le cadre de leurs relations sociales ou d'affaires.

Si les neurones représentent des personnes, des entreprises ou autres groupes sociaux, on ne pourra évidemment plus se contenter des fonctions d'activation que l'on rencontre dans les réseaux neuronaux. Ces fonctions devront être réadaptées pour rendre compte des traits principaux des comportements individuels. Le principe du chapeau mexicain (Figure 4) de Kohonen nous paraît cependant tout à fait pertinent pour rendre compte par exemple, de la naissance de groupements commerciaux entre entreprises. La modélisation neuromimétique des mécanismes d'interaction offrira alors un cadre global du comportement social, un peu à l'image du modèle d'équilibre général en économie.

CONCLUSION

Après avoir brièvement décrit les principaux types d'architecture de réseaux neuronaux: les modèles unidirectionnels à apprentissage supervisé, les modèles de mémoires associatives et les modèles à apprentissage non supervisé, nous avons, dans cette note, évoqué un certain nombre de problèmes pour lesquels le recours à la logique connexionniste devrait s'avérer bénéfique. Nous avons notamment vu que les réseaux neuronaux offrent des perspectives prometteuses comme outils de perception des données, d'estimation et de prédiction. Dans le cadre de l'architecture informatique classique (avec un processeur central), la portée de ces modèles restera toutefois encore limitée. Indépendamment de cet aspect de «hard», notons également que l'utilisation des réseaux neuronaux nécessitera sans doute des efforts de programmation plus importants que les techniques économétriques classiques. En effet, une architecture de réseau spécifique devra être choisie pour chaque nouvelle application, et celle-ci devra alors être reprogrammée dans chaque cas.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ANDERSON J.R., (1973), A theory for the recognition of items from short memorized lists, *Psychological Review*, 80, 417-438.
- ANDERSON J.R., (1977), Neural models with cognitive implications, in D. LaBerge and S.J. Samuels (eds), *Basic Processes in Reading Perception and Comprehension*, Erlbaum, Hillsdale NJ, 27-90.
- BALASKO Y., (1988), *Foundations of the Theory of General Equilibrium*, Academic Press, Boston.
- CARPENTER G.A. and GROSSBERG S., (1987), ART2: Self-organization of stable category recognition codes for analog input patterns, *Applied Optics*, 26, 4919-4930.
- DAVALO E. et NAÏM P., (1989), *Des réseaux de neurones*, Eyrolles, Paris.
- GROSSBERG S., (1976), Adaptive pattern classification and universal recording: Part I. Parallel development and coding of neural feature detectors, *Biological Cybernetics*, 23, 121-134.
- GROSSBERG S., (1978), A theory of visual coding, memory and development, in E.L. Leeuwenberg & H.F. Buffart (eds), *Formal Theories of Visual Perception*, Wiley, New York.
- GROSSBERG S., (ed.), (1988), *Neural Networks and Natural Intelligence*, MIT Press, Cambridge MA.
- HEBB D.O., (1949), *The Organization of Behavior, A Neuropsychological Theory*, Wiley, New York.
- HOPFIELD J.J., (1982), Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities, *Proceedings of the National Academy of Sciences U.S.A.*, 74: 2554-2558.
- HOPFIELD J.J., (1984), Neurons with graded response have collective computation properties like those of two-state neurons, *Proceedings of the National Academy of Sciences U.S.A.*, 81: 3088-3092.
- HOPFIELD J.J. and TANK D., (1985), «Neural» computation of decisions in optimization problems, *Biological Cybernetics*, 52: 141-152.
- HOPFIELD J.J. and TANK D., (1986), Computing with neural circuits: A model, *Science*, 233: 625-633.
- KHANNA T. (1990), *Foundations of Neural Networks*, Addison-Wesley, Reading MA.
- KOHONEN T., (1979), *Content-Addressable Memories*, Springer, New York.
- KOHONEN T., (1983), *Self-Organization and Associative Memory*, Springer, New York.
- McCULLOCH W.S. and PITTS W.H., (1943), A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity, *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5, 115-133.
- McELIECE R.J., POSNER E.C. and RODEMICH E.R., (1987), The capacity of the Hopfield Associative Memory, *IEEE Transactions of Information Theory*, 33, 461-482.
- MINSKY M. and PAPERT S., (1969), *Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry*, MIT Press, Cambridge MA.
- PAO Y.-H., (1989), *Adaptive Pattern Recognition and Neural Networks*, Addison-Wesley, Reading MA.
- ROSENBLATT F., (1958), The Perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain, *Psychological Review*, 65 (6), 386-408.
- RUMELHART D.E. and McCLELLAND J.L., (eds), (1986), *Parallel Distributed Processing: Explorations in the Micro-structure of Cognition*, Vol. 1: *Foundations*, MIT Press, Cambridge MA.
- RUMELHART D.E., HINTON G.E. and WILLIAMS R.J., (1986), Learning internal representations by error propagation, in Rumelhart & McClelland, 318-362.
- TAKEDA M. and GOODMAN J.W., (1986), Neural network for computation: number representations and programming complexity, *Applied Optics*, 25 (18), 3033-3046.
- WIDROW G., (1962), Generalization and information storage in networks of Adaline neurons, in M.C. Yovits, G.T. Jacobi and G.D. Goldstein (eds), *Self-Organizing Systems*, Spartan Books, Washington DC, 435-445.
- WIDROW G. and HOFF M.E., (1960), Adaptive Switching Circuits, *Institute of Radio Engineers. Western Electronic Show and Convention, Convention Record, Part 4*, 96-104.