Choix des conclusions et validation des règles issues d'arbres de classification

Vincent Pisetta*, Gilbert Ritschard**, Djamel A. Zighed*
*ERIC, Univ. Lyon 2, **Dépt d'économétrie, Univ. de Genève

EGC 2007, Namur, janvier 2007

Plan

http://mephisto.unige.ch

1 Introduction

- Statistique implicative (SI)
  - Outil d'analyse de données (Gras, 1979)
  - Intérêt pour fouille de règles d'association (Suzuki and Kodratoff, 1998; Gras et al., 2001)
- La SI a-t-elle un intérêt pour la classification supervisée ?
  - OUI, lorsque objectif est : caractériser profil typique de la classe

    Exemple 1 : Médecin intéressé au profil type de personnes à risque d'un cancer, plutôt que prédire "cancer" ou "pas cancer".

    Exemple 2 : Fisc intéressé à identifier les groupes de contribuables où il a le plus de chance de trouver des fraudeurs, plutôt que prédire "fraudeur" ou "non fraudeur".
- Paradigme de ciblage (typicité du profil), plutôt que classification

Application aux règles de décision

- Nous discutons ici le cas des arbres d'induction (règles de classification).
  - Indice d'implication pour règles de classification
    - Présentation comme résidu standardisé
    - Variantes issues de l'analyse de tables de contingence
  - Validation individuelle des règles de classification
  - Conclusion SI optimale des règles (alternative à la règle majoritaire)

2 Arbres et indices d'implication

2.1 Le contexte

- Jeu de données et exemple d'arbre induit
- Règles de classification et contre-exemples (notations)

Jeu (fictif) de 273 données

Etat civil	Sexe	Secteur activité	Nombre de cas
marié	homme	primaire	50
marié	homme	secondaire	40
marié	homme	tertiaire	6
marié	femme	primaire	0
marié	femme	secondaire	14
marié	femme	tertiaire	10
célibataire	homme	primaire	5
célibataire	homme	secondaire	5
célibataire	homme	tertiaire	12
célibataire	femme	primaire	50
célibataire	femme	secondaire	30
célibataire	femme	tertiaire	18
divorcé/veuf	homme	primaire	5
divorcé/veuf	homme	secondaire	8
divorcé/veuf	homme	tertiaire	10
divorcé/veuf	femme	primaire	6
divorcé/veuf	femme	secondaire	2
divorcé/veuf	femme	tertiaire	2

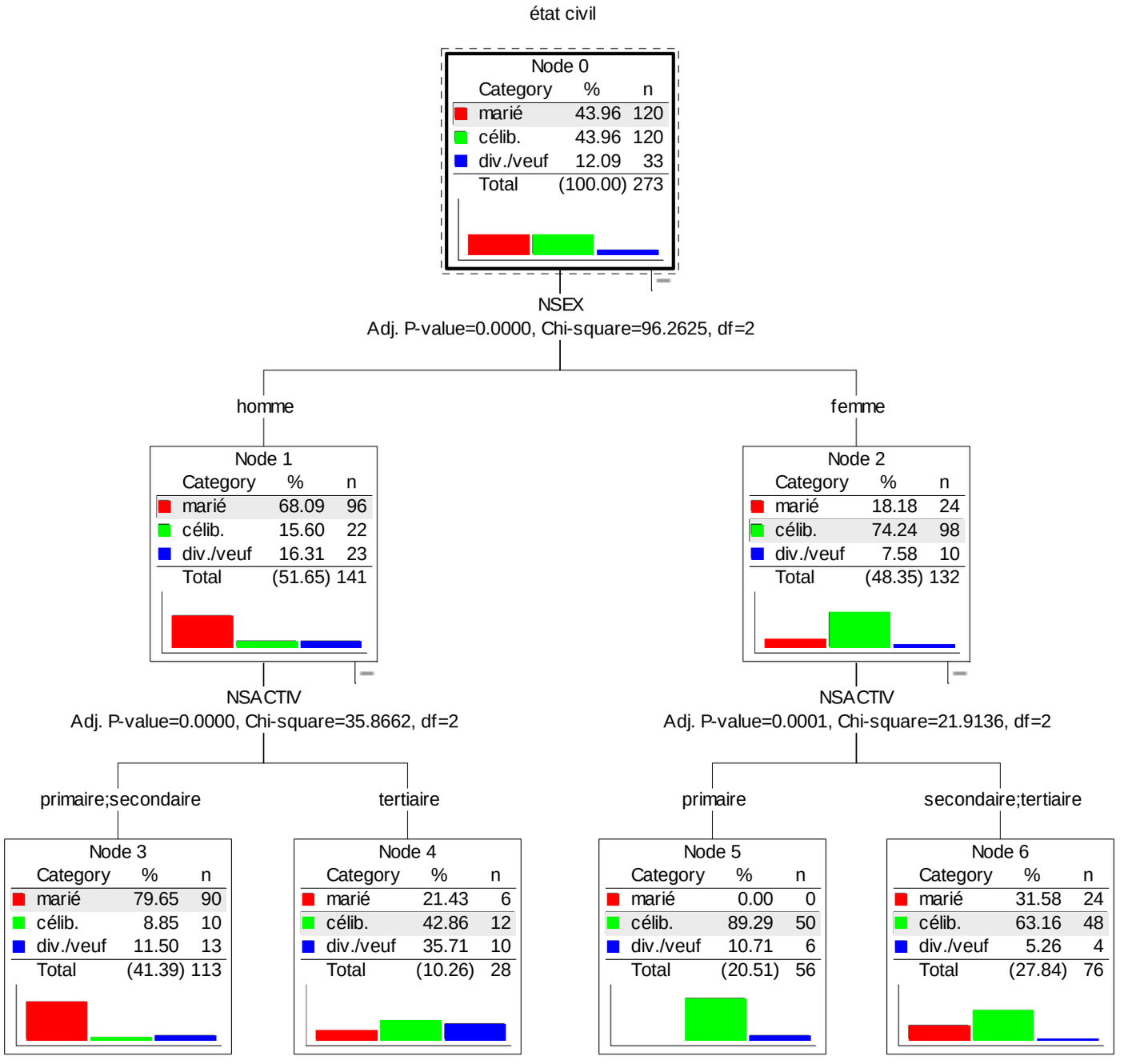

état civil
Node 0
Category % n
marié 43.96 120
célib. 43.96 120
div./veuf 12.09 33
Total (100.00) 273
NSEX
Adj. P-value=0.0000, Chi-square=96.2625, df=2
homme
femme
Node 1
Category % n
marié 68.09 96
célib. 15.60 22
div./veuf 16.31 23
Total (51.65) 141
Node 2
Category % n
marié 18.18 24
célib. 74.24 98
div./veuf 7.58 10
Total (48.35) 132
NSACTIV
Adj. P-value=0.0000, Chi-square=35.8662, df=2
NSACTIV
Adj. P-value=0.0001, Chi-square=21.9136, df=2
primaire;secondaire
tertiaire
primaire
secondaire;tertiaire
Node 3
Category % n
marié 79.65 90
célib. 8.85 10
div./veuf 11.50 13
Total (41.39) 113
Node 4
Category % n
marié 21.43 6
célib. 42.86 12
div./veuf 35.71 10
Total (10.26) 28
Node 5
Category % n
marié 0.00 0
célib. 89.29 50
div./veuf 10.71 6
Total (20.51) 56
Node 6
Category % n
marié 31.58 24
célib. 63.16 48
div./veuf 5.26 4
Total (27.84) 76

Table associée à l'arbre induit

Etat civil	Homme		Femme		total
	primaire ou secondaire	tertiaire	primaire	secondaire ou tertiaire	
Marié	**90**	6	0	24	120
Célibataire	10	**12**	**50**	**48**	120
divorcé/veuf	13	10	6	4	33
Total	113	28	56	76	273

Règles (selon classe majoritaire) :

R1. Homme du secteur primaire ou secondaire $\Rightarrow$ marié
R2. Homme du secteur tertiaire $\Rightarrow$ célibataire
R3. Femme du secteur primaire $\Rightarrow$ célibataire
R4. Homme du secteur secondaire ou tertiaire $\Rightarrow$ célibataire

Contre-exemples

Indice d'implication de Gras se définit à partir des contre-exemples.

Contre-exemple : vérifie prémisse, mais pas la conclusion (erreur de classement)

Notations :

b	conclusion de la règle j (varie avec j)
$n_{b.}$	nombre totaux de cas vérifiant b, $n_{\bar{b}.} = n - n_{b.}$ (varie avec j)
n_{bj}	nombre de cas avec prémisse j qui vérifient la conclusion b
$n_{\bar{b}j}$	nombre de contre-exemples de la règle j

H_0 Hypothèse de répartition entre b et $\bar{b}$ indépendante de la condition

Nombre de contre-exemples sous H_0 :

$$\boxed{N_{\bar{b}j} \sim \text{Poisson}(n^e_{\bar{b}j})}$$

avec $\mathrm{E}(N_{\bar{b}j}|H_0) = \mathrm{Var}(N_{\bar{b}j}|H_0) = n^e_{\bar{b}j} = n_{\bar{b}.} n_{.j}/n$. (! ! ! b varie avec j)

Effectifs $n_{\bar{b}j}$ et n_{bj} des contre-exemples et exemples observés

classe	Homme		Femme		
prédite *cpred*	primaire ou secondaire	tertiaire	primaire	secondaire ou tertiaire	total
0 (contre-exemple)	23	16	6	28	73
1 (exemple)	**90**	**12**	**50**	**48**	200
Total	113	28	56	76	273

Effectifs $n^e_{\bar{b}j}$ et n^e_{bj} des contre-exemples et exemples attendus (indép.)

classe	Homme		Femme		
prédite *cpred*	primaire ou secondaire	tertiaire	primaire	secondaire ou tertiaire	total
0 (contre- exemple)	63.33	15.69	31.38	42.59	153
1 (exemple)	49.67	12.31	24.62	33.41	120
Total	113	28	56	76	273

2.2 Indice implication et résidu

$$\text{Imp}(j) \quad = \quad \frac{n_{\bar{b}j} - n^e_{\bar{b}j}}{\sqrt{n^e_{\bar{b}j}}}$$

Contributions au Khi2 mesurant la distance entre observés et attendus

classe prédite *cpred*	Homme primaire ou secondaire	Homme tertiaire	Femme primaire	Femme secondaire ou tertiaire
0 (contre- exemple)	**-5.068**	**0.078**	**-4.531**	**-2.236**
1 (exemple)	5.722	-0.088	5.116	2.525

$$\chi^2 \quad = \quad \sum_j \underbrace{\frac{(n_{\bar{b}j} - n^e_{\bar{b}j})^2}{n^e_{\bar{b}j}}}_{\text{Imp}^2(j)} + \sum_j \frac{(n_{bj} - n^e_{bj})^2}{n^e_{bj}}$$

Autres résidus (utilisés pour l'ajustement de table de contingence)

standardisé (=Imp(j))	res_s	contribution au Khi2 de Pearson
déviance	res_d	contribution au Khi2 du rapport de vraisemblance (Bishop et al., 1975, p 136)
ajusté d'Haberman	res_a	res_s divisé par son erreur standard (Agresti, 1990, p 224)
Freeman-Tukey	res_{TF}	stabilisation de la variance (Bishop et al., 1975, p 137)

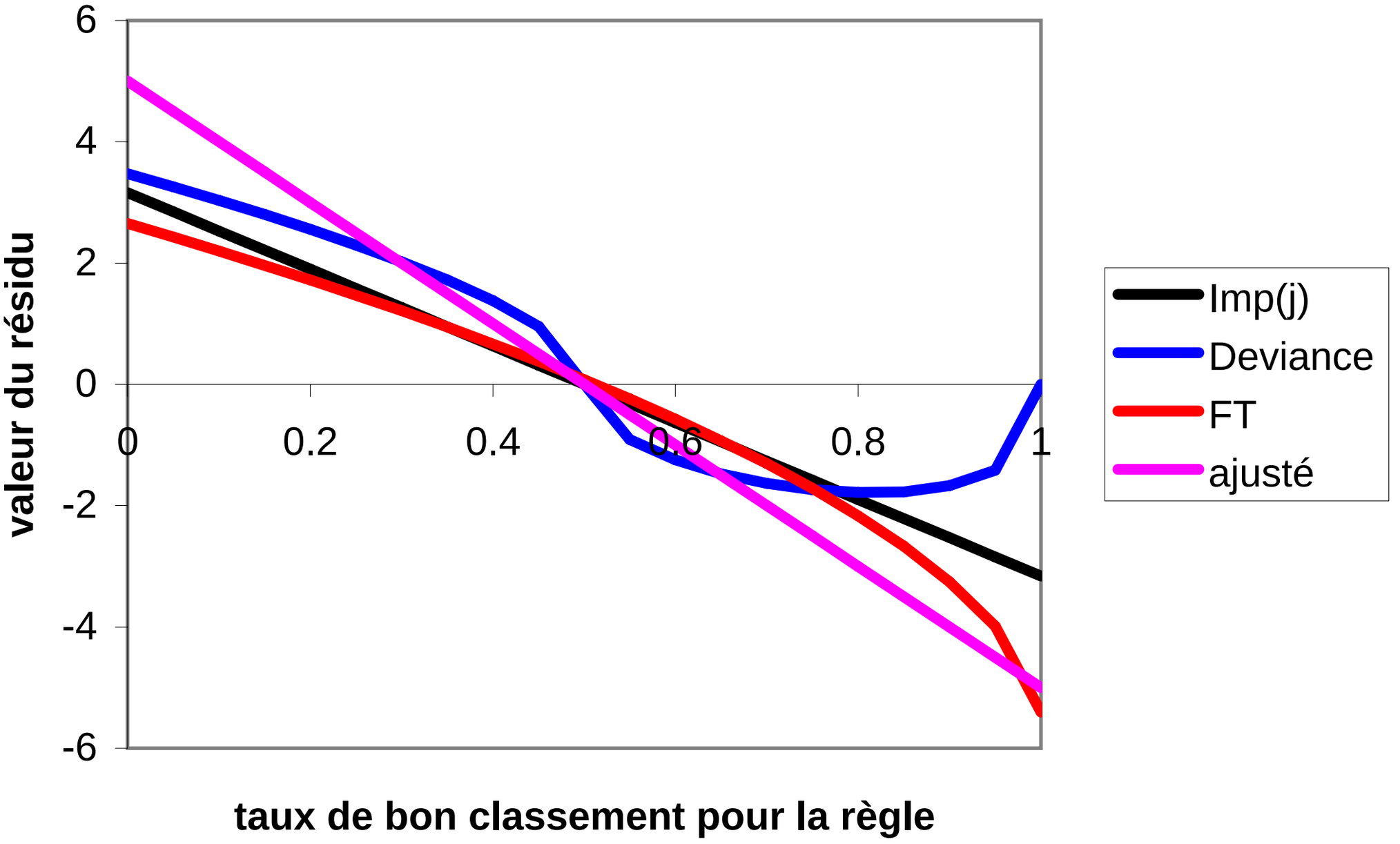
Résidu		Règle 1	Règle 2	Règle 3	Règle 4
standardisé (=Imp(j))	res_s	-5.068	0.078	-4.531	-2.236
déviance	res_d	-6.826	0.788	-4.456	-4.847
ajusté	res_a	-9.985	0.124	-7.666	-3.970
Freeman-Tukey	res_{FT}	-6.253	0.138	-6.154	-2.414

$n^e_{\bar{b}j}$ n'est qu'une estimation $\Rightarrow$ variance de Imp$(j) < 1$

Et Imp(j) tend à sous-estimer l'implication.

Les autres résidus sont plus proches d'une $N(0,1)$.

Valeurs indices selon taux de biens classés, $n_{b\cdot}/n = .5$



Degré de signification de l'indice d'implication

p-valeur de l'indice d'implication $= p(N_{\bar{b}j} \leq n_{\bar{b}j} | H_0)$.

Prob. que le hasard génère moins de contre-exemples qu'observés.

Calcul conditionnel à $n_{b.}$ et $n_{.j}$.

- avec Poisson lorsque n petit
- approximation normale pour n grand (≥ 5)

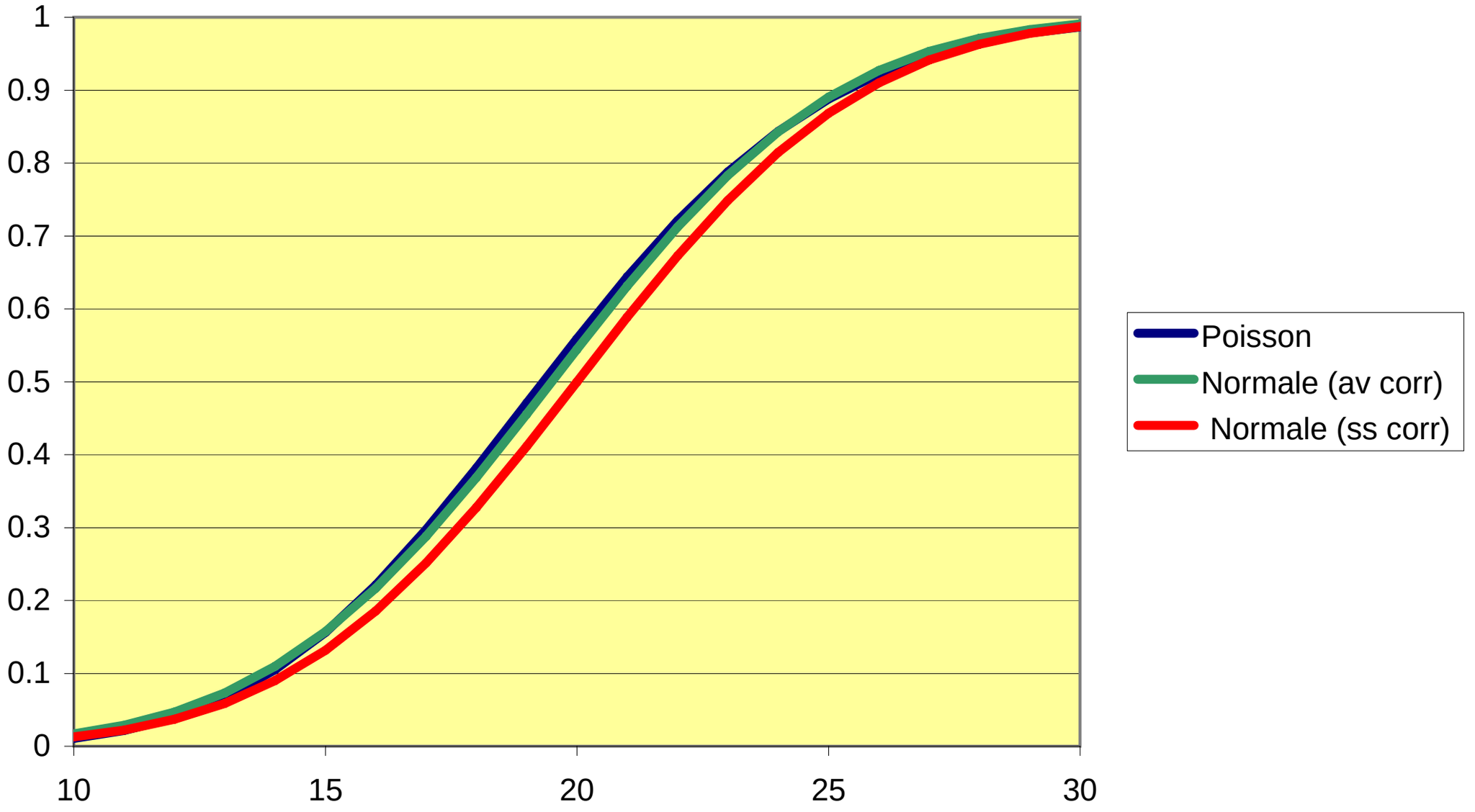
Pour l'approximation avec la normale :

correction pour la continuité

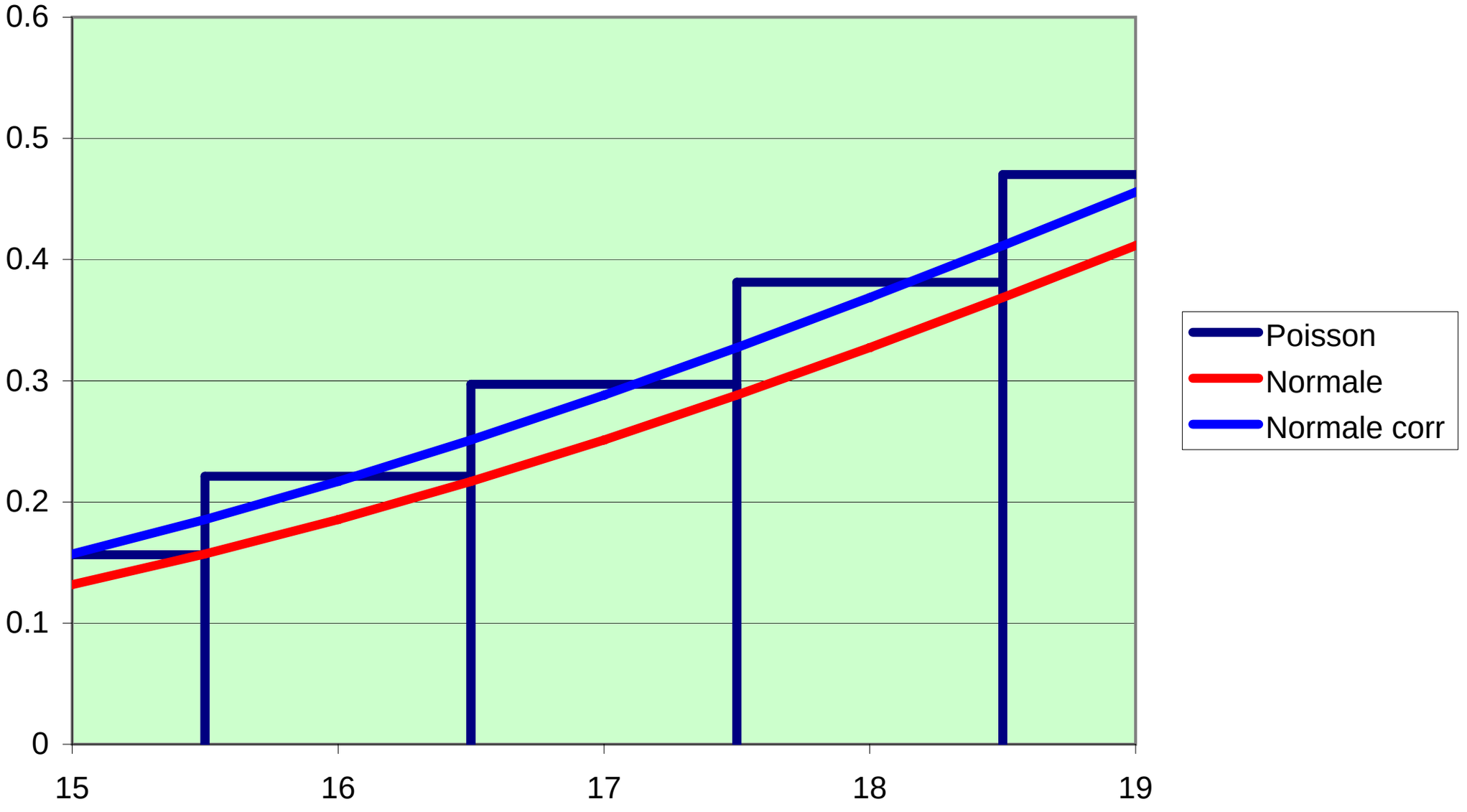
(ajouter 0,5 aux effectifs observés)

La différence peut encore atteindre 2.6 points de pourcentage pour $n_{\bar{b}j} = 100$.

Distributions (cumulées) de Poisson, normale et normale avec correction



Détail des distributions (cumulées) de Poisson, normale et normale avec correction



Intensité d'implication

Intensité d'autant plus forte que la p-valeur est petite

$\Rightarrow$ Intensité implication $=$ complémentaire à 1 de la p-valeur

Prob. obtenir sous H_0 plus de contre-exemples qu'observés

Gras et al. (2004) la définissent en termes de l'approximation normale, sans correction pour la continuité

Nous utilisons

$$\text{Intens}(j) \quad = \quad 1 - \phi\Big(\frac{n_{\bar{b}j} + 0.5 - n^e_{\bar{b}j}}{\sqrt{n^e_{\bar{b}j}}}\Big)$$

Variantes d'intensité d'implication (avec correction continuité)

Résidu		Règle 1	Règle 2	Règle 3	Règle 4
standardisé	res_s	1.000	0.419	1.000	0.985
déviance	res_d	1.000	0.099	1.000	1.000
Freeman-Tukey	res_{FT}	1.000	0.350	1.000	0.988
ajusté	res_a	1.000	0.373	1.000	1.000

Intensité < 0.5 signifie qu'on a plus de contre-exemples qu'attendus sous H_0.

Règle 2 sans intérêt puisqu'elle fait moins bien que le hasard.

3 Pertinence individuelle des règles

En classification, et avec les arbres en particulier, il est d'usage d'évaluer la performance du classifieur globalement avec par exemple le taux d'erreur du classifieur en généralisation.

L'*intensité d'implication* et ses variantes sont des mesures utiles pour juger de la pertinence individuelle des règles.

Dans notre exemple

- R1, R3 et R4 sont clairement pertinents
- R2 ne l'est pas

Que faire des règles non pertinentes ? (L'ensemble des règles devant définir une partition).

Que faire des règles non pertinentes ?

1. Fusionner les cas concernés avec une autre règle.
2. Changer la conclusion de la règle.

Fusion

Dans exemple, fusion de R2 non pertinente avec la règle sœur R1

Résidu	Règle 1+2	Règle 1	Règle 2	Règle 3	Règle 4
standardisé	-3.8	-5.1	0.1	-4.5	-2.2
déviance	-7.1	-6.8	0.8	-4.5	-4.8
ajusté	-4.3	-10.0	0.1	-7.7	-3.9
Freeman-Tukey	-8.3	-6.3	0.1	-6.2	-2.4

4 Choix de la conclusion dans les feuilles

Conclusion SI-optimale :

classe pour laquelle on maximise l'intensité d'implication .

(Zighed and Rakotomalala, 2000, pp 282-287)

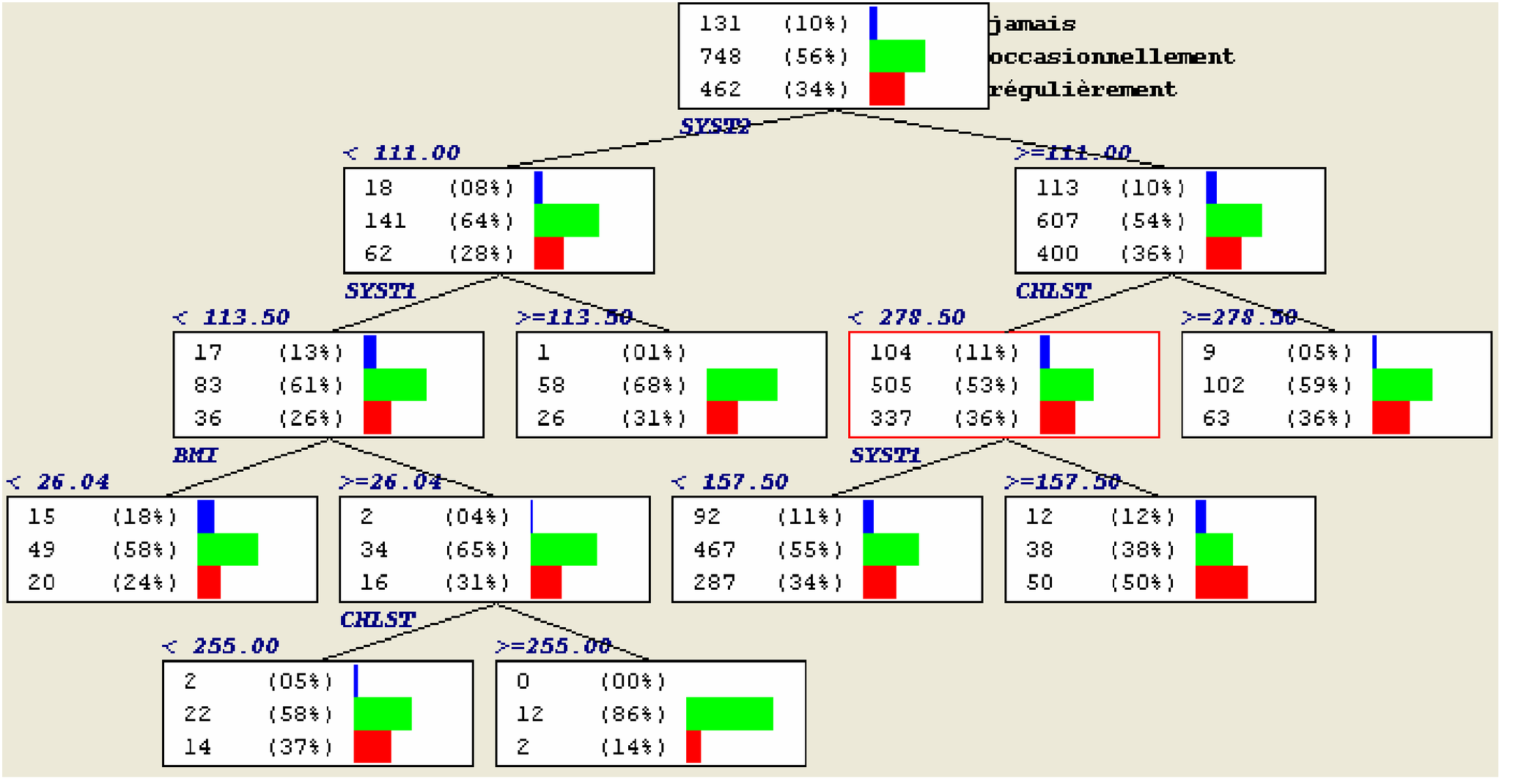
Exemple : choix de la conclusion pour la règle R2

Résidu		Indices			Intensité		
		marié	célib.	div./v	marié	célib	div./v
Standardisé	res_s	1.6	0.1	**-1.3**	0.043	0.419	**0.891**
Déviance	res_d	3.9	0.8	**-3.4**	0.000	0.099	**0.999**
Ajusté	res_a	2.4	0.1	**-2.0**	0.005	0.379	**0.968**
Freeman-Tukey	res_{FT}	1.5	0.1	**-1.4**	0.054	0.398	**0.895**

La conclusion "divorcé/veuf" est préférable à "célibataire" (classe majoritaire). R2 devient ainsi pertinente.

Exemple : Données STULONG, Hôpital Univ. Prague

Consommation alcool : jamais, occasionnellement, régulièrement
selon pression systolique 1 et 2, BMI, taux choletérol, nbr cigarettes



Matrices de confusion

Règle Majoritaire, taux d'erreur $= 43\%$

état réel	prédiction jamais	occasionnellement	régulièrement
jamais	0	119	12
occasionnellement	0	710	38
régulièrement	0	412	50

Maximisation Implication, taux d'erreur $= 72\%$

état réel	prédiction jamais	occasionnellement	régulièrement
jamais	107	12	12
occasionnellement	516	194	38
régulièrement	307	105	50

Conclusion selon le résidu utilisé comme critère

	Imp(j)	Déviance	Freeman-Tukey	Ajusté	Majorité
R1	2	2	2	2	2
R2	1	1	1	1	2
R3	2	3	2	3	2
R4	2	2	2	2	2
R5	2	2	2	2	2
R6	1	1	1	1	2
R7	3	3	3	3	3

$1 =$ jamais, $2 =$ occasionnellement, $3 =$ régulièrement

5 Conclusion

- Indices et intensités d'implication complètent utilement les mesures traditionnelles de qualité d'arbres d'induction en donnant des indications précieuses sur la pertinence individuelle de chaque règle.
- Utiles dans contexte de ciblage : identifier profil type des classes.
- La conclusion SI-optimale fait apparaître que la classe modale n'est pas toujours la meilleure solution.
- L'interprétation de l'indice d'implication comme un résidu, suggère des variantes issues de la modélisation de table de contingence.

Perspectives

- Utilisation de critères SI dans la procédure de développement de l'arbre.
- Indice d'implication pénalisé pour complexité de la règle.

MERCI

Références

Agresti, A. (1990). *Categorical Data Analysis*. New York: Wiley.

Bishop, Y. M. M., S. E. Fienberg, and P. W. Holland (1975). *Discrete Multivariate Analysis*. Cambridge MA: MIT Press.

Gras, R. (1979). *Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques*. Thèse d'état, Université de Rennes 1, France.

Gras, R., R. Couturier, J. Blanchard, H. Briand, P. Kuntz, et P. Peter (2004). Quelques critères pour une mesure de qualité de règles d'association. *Revue des nouvelles technologies de l'information RNTI E-1*, 3–30.

Gras, R., P. Kuntz, et H. Briand (2001). Les fondements de l'analyse statistique implicative et leur prolongement pour la fouille de données. *Mathématique et Sciences Humaines 39*(154-155), 9–29.

Suzuki, E. et Y. Kodratoff (1998). Discovery of surprising exception rules based on intensity of implication. In J. M. Zytkow et M. Quafafou (Eds.), *Principles of Data Mining and Knowledge Discovery, Second European Symposium, PKDD '98, Nantes, France, September 23-26, Proceedings*, pp. 10–18. Berlin : Springer.

Zighed, D. A. et R. Rakotomalala (2000). *Graphes d'induction : apprentissage et data mining*. Paris : Hermes Science Publications.